Развивающие задачи как средство развития познавательных процессов школьников на уроках математики

* [Авдеева](http://urok.1sept.ru/%D0%B0%D0%B2%D1%82%D0%BE%D1%80%D1%8B/103-922-954) Ирина Васильевна, *учитель математики*

 Если в недавнем прошлом основной задачей, стоящей перед учителем, была передача ученикам определенной суммы знаний, то в настоящее время на первый план выдвигается задача развития учащихся в процессе обучения. Согласно современной концепции математического образования, его важнейшей целью является «интеллектуальное развитие учащихся, формирование качеств мышления, характерных для математической деятельности и необходимых человеку для полноценной жизни в обществе» (Концепция…). Математика в 5-6-х классах, алгебра и геометрия в 7-11-х классах – это те предметы, на материалах которых можно проводить целенаправленную работу по развитию познавательных процессов учащихся.

 Согласно Л.С. Выготскому обучение – это источник развития ребенка, оно идет впереди развития и ведет его за собой. Самостоятельное решение ребенком интеллектуальных задач характеризует уровень его актуального развития. Именно обучение должно создавать зону ближайшего развития. В этом случае обучение двигает развитие, идет впереди него, опираясь не только на созревшие функции, но и на те, которые еще созревают.

 Работая в системе, учитель, по мере своих возможностей, стремится выстроить процесс обучения максимально развивающим для учеников. Этих целей на мой взгляд можно добиться, используя систему развивающих задач различных видов.

 Задача в теории обучения понимается в широком смысле. В это понятие можно включить любое задание, требующее осуществления какого-либо познавательного акта, любой учебный текст, подлежащий усвоению. Согласно А.Н. Леонтьеву, задача - это есть цель, данная в определенных условиях. К.И. Нешков и А.Д. Семушин выделяют следующие типы задач в зависимости от их функций: задачи с дидактическими функциями, задачи с познавательными функциями, задачи с развивающими функциями. По мнению Ю.М. Колягина, функции задач должны соответствовать основным компонентам образования: обучению, воспитанию и развитию. Е.И. Лященко, анализируя требования к задачам, исходит из деления задач на: дидактические, познавательные, развивающие.

 К развивающим задачам, или задачам с развивающими функциями относятся:

* задачи, для решения которых не требуются новые знания по предмету, надо применять имеющиеся знания в иной комбинации;
* задачи, с помощью и на основе которых приобретаются знания по предмету.

 Задачи с развивающими функциями не должны быть случайными. Они должны быть связаны с изучаемым материалом, и представлять посильные для учащихся трудности. Наибольшую пользу эти задачи приносят тогда, когда они решаются без предварительной подготовки и достаточно разнообразны по содержанию и способам решения. При решении таких задач учащиеся будут получать не только знания, но и развитие, что непременно отразится на усвоении ими всего курса математики.

 Обучающие (дидактические) задачи также несут свой развивающий потенциал. При построении системы (цикла) таких задач следует учитывать следующие положения:

1)обязательно чередовать упражнения
2)однотипных заданий должно быть не более трех
3) формировать умение владеть каким-либо действием во всех возможных ситуациях
4) совместно с упражнениями на прямое действие выполнять упражнения на обратные действия
5) переходить от выполнения действий на материализованном этапе (действия с моделями) к умственному этапу (без наглядной модели, в уме).

 Развитие человека чаще всего понимается как процесс количественных и качественных изменений его организма, нервной системы и психики. Качественные изменения в ходе развития проявляются, прежде всего, в познавательной сфере. Усложнение структуры интеллекта, переход от непосредственного познания к опосредованному, от нерасчлененного к дифференцированному и затем к обобщенному, становятся реальными благодаря процессу обучения. Он позволяет качественно изменить все познавательные процессы: ощущение, восприятие, память, внимание, воображение, мышление. Изменения в восприятии, в памяти являются производными от мышления. Именно мышление становится в центр развития, в силу этого развитие восприятия и памяти идет по пути интеллектуализации. Учащиеся используют мыслительные действия при решении задач на восприятие, запоминание и воспроизведение. Благодаря переходу мышления на новую, более высокую ступень происходит перестройка всех остальных психических процессов, память становится мыслящей, а восприятие думающим.

 Итак, основополагающим в развитии познавательных процессов является развитие мышления школьников. Поэтому характеристики таких познавательных процессов как ощущение, восприятие, память, внимание, воображение рассмотрим коротко, обратив основное внимание на характеристики и развитие мышления.

 Самым простым, но очень важным психическим познавательным процессом являются **ощущения**. Это начальный источник всех наших знаний о мире. Ощущение – это отражение отдельных свойств предметов и явлений при их непосредственном воздействии на органы чувств. При обучении математике, прежде всего, следует учитывать такие виды ощущений, как зрительные ощущения, слуховые, кожно-тактильные, двигательные (кинестетические). Поможет активизировать и развить данный познавательный процесс использование наглядных пособий, опорных плакатов, моделей, разноцветных мелков, технических средств обучения, различных приемов голосовой акцентуации, изготовление учащимися моделей геометрических тел и т. д.

 Знания об окружающем мире при непосредственном контакте с ним человек получает не только через ощущения, но и через восприятие. **Восприятие** – это отражение предметов и явлений, целостных ситуаций объективного мира в совокупности их свойств и частей при непосредственном воздействии их на органы чувств. Восприятие – это осмысленное, понимаемое ощущение. В обучении важно учитывать *индивидуальные особенности восприятия*. Так, по характеру приема информации выделяют целостный тип восприятия и детализирующий. По характеру отражения получаемой информации выделяют описательный тип (ориентирующийся на фактическую сторону информации, воспринимая и передавая ее близко к тексту, часто не вникая в смысл) и объяснительный (не удовлетворяющийся тем, что непосредственно дано в самом восприятии, стремящийся найти общий смысл). В первом случае от ученика необходимо требовать пересказать текст, дать определение своими словами. Во втором обратить внимание на правильность и четкость построения текста, логику высказывания. Большое внимание следует уделить развитию наблюдательности – умению наблюдать и подмечать характерные, но малозаметные особенности предметов, явлений.

 Одним из важнейших мыслительных процессов является **память**. Память – это запоминание, сохранение и последующее воспроизведение того, что мы раньше воспринимали, переживали, делали. Связи, которые лежат в основе памяти называются ассоциациями. По имени греческой богини памяти Мнемозины в психологии память часто называют мнемонической деятельностью, а специальные приемы запоминания, основанные на ассоциациях мнемоническими. *Мнемонические приемы* часто используются для более продуктивного запоминания. Например, правильная дробь (когда числитель больше знаменателя) – напоминает правильную неваляшку (голова меньше тела), неправильная дробь (числитель больше либо равен знаменателю) – напоминает перевернутую неваляшку – неправильную, такая на месте не устоит.

 Для продуктивного запоминания необходимо использовать в преподавании и развивать все виды памяти. В зависимости от того, что человек запоминает выделяют двигательную, эмоциональную, словесно-логическую (смысловую), образную память. В зависимости от того, как запоминает, выделяют произвольную память (преднамеренную), которая предполагает специально поставленную цель запомнить, волевые усилия, и непроизвольную (непреднамеренную) когда запоминание происходит само собой. По тому, как долго сохраняется запомненное различают кратковременную (оперативную) память и долговременную. Особое значение имеет установка в процессе запоминания на тот или иной вид памяти.

**Задания**

1. Показать ряд чисел 2 8 16 24 на 1 минуту, затем убрать и предложить задания.

1. Назвать наименьшее (наибольшее) число,
2. Умножить первое на второе,
3. Разделить все числа на первое,
4. Найти лишнее по смыслу, и т. д.

Постепенно объем задания наращивается.

2. Назвать первое число (выражение, рациональную дробь). Например, (х - 4)/(х + 14). Затем необходимо под диктовку производить преобразования в уме, записывая лишь конечные ответы. Например:

1. Запишите обратную дробь,
2. Умножьте на (х - 4),
3. Вычтете 14,
4. Возведите в квадрат,
5. Вычислите значение при х = 2.

 **Внимание** – это направленность и сосредоточенность нашего сознания на определенном объекте. Внимание является необходимым компонентом всех видов психологических процессов, поскольку внимание – это способность выбирать важное для себя и сосредотачивать на нем свое восприятие, мышление, припоминание, воображение и другое. Внимание это не самостоятельный продукт – его результатом является улучшение всякой деятельности. Физиологическую основу внимания составляют ориентировочно исследовательские рефлексы, которые вызываются новыми раздражителями или неожиданными изменениями обстановки. М.П. Павлов этот рефлекс называл рефлексом «Что такое?».

 Внимание бывает двух видов: *непроизвольное (непреднамеренное) внимание*– возникает без усилий, само по себе, и *произвольное (преднамеренное) внимание* – предполагает постановку цели, и приложение усилий и стараний для сосредоточения. Развитию и укреплению произвольного внимания способствуют:

1) осознание человеком значения задачи – чем важнее задача, чем сильнее желание выполнить ее, тем в большей мере привлекается внимание;

2) интерес к конечному результату деятельности заставляет напоминать себе, что надо быть внимательным;

3) постановка вопросов по ходу выполнения задания, ответы на которые требуют внимания помогают сосредоточиться;

4) словесный отчет, что уже сделано и что еще надо сделать и т. д. Для обучения важно развивать следующие пять свойств внимания: сосредоточенность, устойчивость, объем (у школьников не более 3-5 предметов одновременно), распределение, переключение.

**Задания**

1. Задания с кодами. На урок задаются примеры, решая которые ученик получает ответ. Все ответы и посторонние значения заносятся в таблицу, где напротив значения указана буква или слог. Из полученных ответов-букв (слогов) складываются слова или предложения.

2. Использование «слепых схем», когда учащимся даны схемы действий без значений. Например:

O + O , O - O , ( O + O )/O , O / O и т. д.

Затем читается задание, действия в котором выполняется в уме, а конечный результат записывается в первый свободный кружочек. Затем выполняются действия второго задания, и записывается во второй кружочек. После этого, необходимо выполнить задание по схеме. Следом процесс повторяется.

3. Найти отличия в «одинаковых» рисунках геометрических фигур, или в моделях геометрических тел.

 **Воображение** – познавательный процесс, который состоит из создания новых образов, на основе которых возникают новые действия и предметы. Развивать необходимо воссоздающее и творческое произвольное (активное) воображение.

**Задания**

Расшифровка сигналов, символов, знаков, пиктограмм;

Придумывание условных обозначений, рифм, задач по данным условия, задач, обратных данной, произвольных задач на заданную линию решения; написание сочинений, поэм по геометрии и т. д.

 Самым сложным познавательным процессом является **мышление**– процесс опосредованного и обобщенного познания окружающего мира. Мышление неразрывно связано с речью, которая является формой мышления и его орудием. Отличие мышления от других психологических процессов состоит в том, что оно практически всегда связано с наличием проблемной ситуации, задачи, которую нужно решить, и активным изменением условий, в которых эта задача задана. Перечислим формы мышления и способы их развития:

1. *Суждение* – высказывание о чем-либо, утверждение или отрицание каких-либо отношений между предметами и явлениями, какими-либо их признаками. Работа над суждением – размышление. Виды суждений: истинные, ошибочные (ложные), предположительные.

**Задание**

*Графический диктант:*читаются высказывания. На каждое надо дать четкий ответ истинно оно или ложно. Истинность записывается цифрой 1 (или прочерком –), ложность – 0 (или домиком ^). В итоге получается набор нулей и единиц (или графический рисунок типа ––^^–^––^–^), по которым проверяется правильность оценки высказываний. Кроме того, в этом задании развивается внимание.

2. *Умозаключение* – форма мышления, позволяющая человеку сделать новый вывод из ряда суждений, когда на основе анализа и сопоставления имеющихся суждений высказывается новое суждение. Выделяют два вида умозаключений: индукция и дедукция. *Умозаключение по индукции* строится от частных случаев к общему положению. Находится существенно сходное и различное, опускается несущественное, неважное. Обобщая сходные признаки явления, делается новый вывод или заключение, устанавливается закон, правило. В *умозаключении по дедукции* выводом является единичное суждение являющееся следствием общего суждения, или его частным случаем. Большинство учебников математики построены на дедуктивной основе, но ряд умозаключений в них сделан по неполной индукции (например, вывод формулы суммы *n*-первых членов арифметической прогрессии в 9-м классе).

**Задания**

1. Найти сходство (общие признаки, свойства, характеристики) у разных геометрических объектов (у ромба и прямоугольника; треугольника и трапеции, окружности и сферы, смежных углов и вертикальных углов и т. д.).

2. а) Перечислить как можно больше геометрических объектов с данным свойством (имеет прямой угол; содержит 4 отрезка; диагонали точкой пересечения делятся пополам; можно вписать окружность). б) Перечислить как можно больше предметов, обладающих несколькими заданными свойствами (имеет прямой угол и острый, имеет два равных угла).

3. *Понятие* – это форма мышления в которой отражаются общие и существенные свойства предметов и явлений. Понятие – высшая степень отражения мира, т. к. отражается общее, существенное, закономерное в процессах и явлениях. В формировании понятия участвуют все мыслительные операции и формы умозаключений. Важная роль в усвоении понятий принадлежит его *определению.* Определение содержит указание наиболее существенных признаков предмета или явления, составляющих суть данного понятия, раскрывает отношение его к другим, более общим понятиям. При утрате, отсутствии или изменении таких признаков предмет или явление становятся по своей природе или в каком-то важном отношении иными.

**Задания**

1. Рассмотреть данный объект, понятие со всех сторон, дать кроме основного определения схожие или по другому основанию, выделить неизменные признаки и лишние (например: определить квадрат через ромб, прямоугольник, параллелограмм, и т. д.).

2. В задании приводится ряд определений. Необходимо найти истинные и ложные, избыточные и с недостающими элементами.

В основе мышления лежат следующие мыслительные операции:

*Сравнение* – это сопоставление предметов и явлений с целью нахождения сходства и различия между ними. Сравнивать можно в различных отношениях. В одних отношениях предметы или явления сходны, в других нет. Сопоставляя вещи, явления и их свойства, сравнение вскрывает тождество и различие. Выявляя тождество одних и различия других вещей, сравнение приводит их к *классификации*. Классификация производится по какому-либо признаку, который оказывается присущ каждому предмету данного набора. Этот признак - основание классификации.

**Задания**

1. Раскладывание предметов «по кучкам» по одному явному признаку, по нескольким явным признакам, по величине признака. Переход к неявным признакам.

2. Дано множество предметов. Найти признак, по которому их можно «разложить по кучкам». Найти пары признаков, по которым можно разложить данные предметы.

3. На картинке 3 (4) предмета. Найти 3 (4) признака, по каждому из которых получается иная классификация.

4. Дана группа предметов. Для любой случайно выделенной пары предметов найти признак (или минимальный набор признаков), выделяющий их из остальной группы.

5. Дан набор предметов с различными признаками (геометрические фигуры разного цвета и величины). Выделить признаки и построить иерархическую классификацию.

Анализ и синтез – важные взаимосвязанные мыслительные операции. В единстве дают полное и всестороннее знание действительности. *Анализ* – это мысленное расчленение предмета или явления на образующие его части или мысленное выделение в нем отдельных свойств, черт, качеств. *Синтез* – это мысленное соединение отдельных частей предметов или мысленное сочетание отдельных их свойств. Синтез обеспечивает знание объекта в целом.

**Задания**

1. Проанализировать пример с введением параметра (например: сколько решений имеет уравнение 2 *x*= *а*, или 2*x*2 + *рx*– 4 = 0).

2. Перечислить как можно больше свойств определенного геометрического объекта, фигуры, найти все возможные неизвестные параметры по рисунку.

3. На основе частных примеров сделать вывод об общем, составить правило.

4. Составить примеры, задачи, рассуждения по аналогии с данными.

*Абстракция –* это мысленное выделение существенных свойств и признаков предметов или явлений при одновременном отвлечении от несущественных признаков и свойств. Выделенные в процессе абстрагирования признак или свойство предмета мыслятся независимо от других признаков или свойств и становятся самостоятельными объектами мышления.

*Обобщение*тесно связано с абстракцией. Человек не смог бы обобщать, не отвлекаясь от различий в том, что им обобщается. При обобщении предметы и явления соединяются вместе на основе их общих и существенных признаков. За основу берутся те признаки, которые мы получили при абстрагировании, например, все прямоугольники – параллелограммы. В учебной деятельности обобщение обычно проявляется в определениях выводах, правилах. Детям нередко трудно совершить обобщение, так как не всегда они умеют выделить не только общие, но существенные общие признаки предметов, явлений, фактов.

**Задания**

1. Найти общие, схожие черты у данных объектов.

2. Выделить из исходных объектов лишний по признаку, который нужно «увидеть» самостоятельно.

 В процессе изучения математики развивается математическое мышление. Ему свойственны качества присущие научному мышлению. В исследованиях Ю. Н. Колягина, это:

1. *Гибкость мышления* - способность к целесообразному варьированию способов действия; легкость перестройки системы знаний, умений и навыков при изменении условий действия; легкость перехода от одного способа действия к другому, умение выходить за границы привычного способа действия.

2. *Активность мышления* - постоянство усилий, направленных на решение некоторой проблемы, желание обязательно решить эту проблему, изучить различные подходы к ее решению, исследовать различные варианты постановки этой проблемы в зависимости от изменяющихся условий и т. д.

3. *Организованность памяти*.

4. *Широта мышления* - способность к формированию обобщенных способов действий, имеющих широкий диапазон переноса и применения к частным, нетипичным случаям.

5. *Глубина мышления* - способность глубокого понимания каждого из изучаемых математических фактов в их взаимосвязи с другими фактами.

6. *Критичность мышления* - умение оценить правильность выбранных путей решения проблемы и получаемые при этом результаты с точки зрения их достоверности, значимости. В процессе обучения математике воспитанию этого качества у учащихся способствует постоянное обращение к различного вида проверкам, грубым прикидкам найденного результата, а также к проверке умозаключений, сделанных с помощью индукции, аналогии и интуиции.

 Необходимо развивать у школьников особые формы проявления математического мышления.

1. *Логическое мышление.* Оно характеризуется умением выводить следствия из данных предпосылок, вычленять частные случаи из некоторого общего положения, теоретически предсказывать конкретные результаты, обобщать полученные выводы и т. п. Логическое мышление проявляется и развивается у учащихся, прежде всего, в ходе различных математических выводов: индуктивных и дедуктивных, при доказательстве теорем, обосновании решения задач и т. д.

2. *Функциональное мышление,*характеризуемое осознанием динамики общих и частных соотношений между математическими объектами или их свойствами, ярко проявляется в связи с изучением одной из ведущих идей школьного курса математики - идеи функции.

3.*Пространственное воображение*. Сформированность пространственного воображения характеризуется умением мысленно конструировать пространственные образы или схематические модели изучаемых объектов и выполнять над ними различные операции.

4. *Интуитивное мышление.* Опытный учитель всегда уделяет должное внимание развитию у школьников сообразительности, способности к догадке.