**Решение задач на исследование квадратного трехчлена**

*Алгебра,9 класс.*

**Тип урока:** урок комплексного применения знаний.

**Оборудование и материалы:** компьютеры, проектор, экран, интерактивная доска.

**Организация пространства:** учебный кабинет математики №2

**Цель урока:** обеспечить повторение, обобщение и систематизацию материала темы; создать условия для коррекции, контроля знаний и умений учащихся, восполнить некоторые содержательные пробелы темы, придающие ему необходимую целостность; показать некоторые нестандартные приемы решения задач на основе свойств квадратного трехчлена и графических соображений.

**Задачи:**

**Образовательные**: повторить и закрепить знания по теме «Квадратичная функция», совершенствовать навыки решения уравнений, неравенств, построение параболы, разложение квадратного трехчлена на множители; формировать общеучебные умения и навыки выполнения задач, содержащих квадратный трехчлен.

**Развивающие**: развивать мыслительные процессы анализа, сравнения на основе соотнесения образца и результата своей деятельности; развивать интерес к математике, учить проводить доказательные рассуждения, используя грамотную математическую речь; рефлексия способов и условий действия, контроль и оценка процесса и результатов своей деятельности и деятельности своего товарища.

**Воспитательные**: создать условия для формирования чувства уверенности в себе, своих знаниях, возможностях; воспитание культуры коллективной работы по достижению общей цели; владение навыками совместной деятельности, уметь распределять работу в группе, формировать коммуникативную компетенцию учащихся, умения выслушивать и уважать мнение других.

**Приобретаемые учащимися знания и умения**

В результате изучения курса учащиеся **должны уметь:**

* уверенно находить корни квадратного трехчлена, выбирая при этом рациональные способы решения;
* преобразовывать квадратный трехчлен (разложение на ли­нейные множители, выделение квадрата двучлена);
* уверенно владеть системой определений, теорем, алгоритмов;
* проводить самостоятельное исследование корней квадратного трехчлена;
* решать типовые задачи с параметром, требующие исследова­ния расположения корней квадратного трехчлена

**Материал для повторения:** Решение квадратных уравнений и неравенств, построение графика квадратичной функции, исследование квадратного трехчлена.

**Формы работы**: фронтальная, коллективная, индивидуальная, групповая.

**Методы работы**: компьютерные технологии, репродуктивные и частично-поисковые.

Основная часть урока представляла собой **практикум решения задач по теме**.

**Ресурсы:**

Учебник «Алгебра 9» под редакцией . Г.К.Муравина, О.В. Муравиной. - М.: «Просвещение»,2014г.

Миндюк М.Б., Миндюк Н.Г. Разноуровневые материалы по алгебре 8,9 класса. -М.: Генжер, 2012.

Презентация

Демонстрационный и раздаточный материал

**Структура урока**:

**1 этап - мотивационно - ориентировочный**: разъяснение целей учебной деятельности учащихся, мотивация учащихся: выйти на результат.

**2 этап** - **подготовительный:** актуализация опорных знаний, необходимых для освоения темы - решения квадратных уравнений, неравенств, построение параболы, разложение квадратного трехчлена на множители и его исследование.

**3 этап** - **основной:** осмысление последовательности выполнения действий согласно правилу (работа с проговариванием правил); совершенствование или коррекция умений учащихся в зависимости от успешности выполнения предыдущего этапа (кто быстро справился – работает с более сложными заданиями; кто испытывал затруднения – продолжает работать с заданиями стандартного уровня); отчёт учащихся о выполнении заданий.

**4 этап – компьютерное тестирование.** Контроль знаний обучающихся через тестирование в тестовой оболочке КРАБ 2

**5 этап**  **- заключительный**: подведение общих итогов, инструкция по выполнению домашнего задания, рефлексия.

**Ход урока**

***Мало иметь хороший ум, главное – хорошо его применять.***

***Рене Декарт.***

**1 этап** - **мотивационно – ориентировочный**

* *определение целей и задач урока (предварительная организация внимания учащихся, которая способствует созданию необходимого делового и психологического контакта между учителем и учащимися)*
* *подготовка учащихся к продуктивной работе на уроке*
* *развитие внимания к действиям учителя*
* *подготовка учащихся к слаженной работе на уроке*
* *воспитание дисциплинированности, собранности требовательности к себе при организации рабочего труда учащегося.*

– Доброе утро! Здравствуйте , ребята . Сегодня у нас необычный урок, потому что у нас гости . **«Гости в дому — это к добру!».** Посмотрите друг на друга, улыбнитесь, и пожелайте мысленно  своим друзьям удачи!

 Эпиграфом нашего урока я взяла высказывание великого французского ученого Рене Декарта «Мало иметь хороший ум, главное – хорошо его применять» …

Чтобы урок оказался успешным, необходимо, чтобы ему способствовали хорошее знание материала, бодрое самочувствие, продуманный ответ.

 У вас на столах лежат листы достижений – оценочный лист. Поскольку урок состоит из нескольких этапов: устный опрос, решение квадратных уравнений, решение квадратных неравенств, исследование квадратного трехчлена и тестирование, вы должны будете оценить свои знания на каждом этапе урока.

 К концу урока вы их заполните и вернете мне.

Итак, начинаем.

**2 этап** - **подготовительный:** актуализация опорных знаний

Сегодня проведем урок обобщения знаний, приобретенных в процессе изучения главы «Квадратичная функция». Еще раз вспомним эти удивительные квадратные уравнения и неравенства, все встречающиеся формулы и поговорим о параболе.

В школьном курсе математики эта тема одна из важнейших. Нет практически ни одной главы, где бы вы не встретились с квадратными уравнениями. Почти около 30 – 40 % экзаменационной работы содержит то, чем вы занимались при изучении данной главы. Вспомним еще раз об этом.

***Вопрос.*** *Что называется уравнением?*

*Ответ. Уравнением называется равенство, содержащее неизвестную, обозначенную буквой, значение которой надо найти.*

***Вопрос****. Что значит решить уравнение?*

*Ответ. Решить уравнение, значит найти его корни или установить, что их нет.*

***Вопрос.*** *Какое уравнение называется квадратным?*

*Ответ. Уравнение вида ах2+bx+c=0, где х - переменная, а,b,c –некоторые числа, *

***Вопрос.*** *Какие квадратные уравнения называются неполными?*

*Ответ. Неполными называются квадратные уравнения, где 1)b=0, 2)c=0, 3) b=c=0.*

***Вопрос.*** *Какие способы решения квадратных уравнений вам известны?*

*Ответ. По общей формуле корней квадратного уравнения, по формуле второго четного коэффициента, по формуле корней приведенного квадратного уравнения, по теореме Виета, по сумме коэффициентов, равной 0, через разложение на множители.*

***Задание 1. Решите уравнения:*** *(уравнения выведены на экран)*

*1) х2 – 16 = 0*

*2) х2+25 = 0*

*3) х2+25х = 0*

*4) 2х2 = 0*

*5) х2 – х – 12 = 0*

*6) 9x2 - 12x +3=0*

***Вопрос.*** *Какое неравенство называется квадратным?*

*Ответ. Неравенства вида ах2+bx+c>0 или ах2+bx+c<0 , где х - переменная, а,b,c –некоторые числа, *

***Вопрос.*** *Какие способы решения квадратных неравенств вам известны?*

*Ответ. Методом систем неравенств, методом интервалов, графический метод.*

***Задание 2. Решите неравенство*** $x^{2}-5x+4>0$

*(Неравенство и все его способы решения выведены на экран. Учащиеся комментируют каждый шаг решения, а на ИАД последовательно открываются этапы решения, используя «шторку»)*

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| ***1 способ – методом*** ***систем неравенств*** | ***2 способ – методом интервалов.*** | ***3 способ – графический метод.*** |
| $$x^{2}-5x+4>0$$$x^{2}-5x+4$ = $0$$$x\_{1}=1, x\_{2}=4$$$$\left(x-1\right)\left(x-4\right)>0$$$a)\left\{\begin{array}{c}x-1>0\\x-4>0 \end{array}\right.$ $б)\left\{\begin{array}{c}x-1<0\\x-4<0\end{array}\right.$ $\left\{\begin{array}{c}x>1\\x>4\end{array}\right.$ $\left\{\begin{array}{c}x<1\\x<4\end{array}\right.$ $x>4$ $x<1$ | $$x^{2}-5x+4>0$$$x^{2}-5x+4$ = $0$$$x\_{1}=1, x\_{2}=4$$$$\left(x-1\right)\left(x-4\right)>0$$+ - +  *1 4 х*$$x<1 x>4 $$ | $$x^{2}-5x+4>0$$$x^{2}-5x+4$ = $0$$x\_{1}=1, x\_{2}=4$ $У=x^{2}-5x+4$    1 4 х$$x<1 x>4 $$ |
| Ответ. $x\in \left(-\infty ;1\right)∪\left(4;+\infty \right)$ |

В материалах ЕГЭ в 11 классе и на ОГЭ в 9 классе всегда присутствуют задачи на нахождение области допустимых значений функций или выражений. Откройте учебники на стр.103, №219(6)

 **Задание № 219 (6) Найдите все значения переменной, при которых**

**имеет смысл выражение **

***Решение.*** *Выражение имеет смысл, если одновременно выполняются два условия: *

*Ответ. *

**Задание № 205 (1) Сумма двух чисел равна 14. Определите, какое наибольшее значение может иметь произведение этих чисел.**

***Решение.*** *( Ученик на ИАД заполняет пропуски в представленном решении и получает результат)*

*Пусть* ***х*** *– первое число, тогда*

***(14 - х)*** *– второе число.*

*х(14 - х) = 14х - х2 = - х2 + 14х – произведение*

*Рассмотрим функцию y = - х2 + 14х*

*Она принимает* ***наибольшее*** *значение, равное ординате у0*

 *координат вершины параболы (х0 ; у0) , т.е*

*при х0=7 у0= -72 + 14\*7 = -49+98 =49 .*

*Ответ. 49.*

***IV этап. Тестирование.*** *Компьютерное тестирование.*

Из предложенных вариантов ответа выбрать правильный.

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| **№** | **Вопрос** | **Варианты ответов** |
| 1 | **Функция называется квадратичной, если она задана формулой…** | 1)$y=\frac{k}{x}$2) *y=(x-a)(x-b)**3)*$y=ax^{2}+bx+c$*4)y=kx+l* |
| 2 | **Графиком квадратичной функции является …** | 1. Прямая
2. Парабола
3. Гипербола
4. Окружность
 |
| 3 | **Если первый (старший) коэффициент отрицательный, то ветви параболы направлены…** | 1. Вверх
2. Возрастают
3. Вниз
4. убывают
 |
| 4 | **Парабола пересекается с осью ОХ в одной точке, если**  | 1. D>0
2. D=0
3. D<0
 |
| 5 | **Координаты вершины параболы** $$у=2x^{2}+4х-3 $$ | 1. (-2;5)
2. (-2;-3)
3. (-1;-5)
4. (2;5)
 |
| 6 | **Координаты вершины параболы**$у=-3(х-4)^{2}+2$ | 1. (4;2)
2. (-4;2)
3. (-3;2)
4. (-3;-2)
 |
| 7 | **Квадратное уравнение имеет один корень, если дискриминант...** | 1) Больше 02) Равен 03) Меньше 04) Равен 1 |
| 8 | **При каком значении Х дробь  теряет смысл** | 1) при 2) при 3) при х=54) при х=7 |
| 9 | **Решите уравнение**  | 1)2)3)4) |
| 10 | **Найдите корни уравнения , используя теорему Виета** | 1) 1 и 62) -6 и -13) 2 и 34) -2 и -3 |
| 11 | **Найдите корни уравнения**  | 1)6 и 72) Нет корней3) -6 и -74) 6 и -7 |
| 12 | **Решите уравнение**  | 1) 1 и 642) 56 и 643) 4)  |
| 13 | **Решением неравенства** $x^{2}+7>0$ **является**  | 1. $∅$ (нет решения)

$2) $**R** (любоечисло)1. $х>-7$
2. x> $-\sqrt{7}$
 |
| 14 | **Решением неравенства** $10+5x^{2}<0$ | 1. $∅ $(нет решения)
2. любое число
3. х<-2
4. x< $\sqrt{2}$
 |

**Историческая справка.**

Задачи на нахождение корней квадратного трехчлена и составление квадратных уравнений встречаются уже в древнеегипетских математических папирусах.

Общее правило нахождения корней и решения уравнений вида: ax² + bx = c, где a > 0, b и c – любые, сформулировал Брахмагупта (VII в. н. э.). Брахмагупта еще не знал, что квадратное уравнение может иметь и отрицательный корень.

Бхаскара Ачарья (XII в.) сформулировал соотношения между коэффициентами уравнения. Составил много задач.

***Вопрос.*** Какую информацию о графике квадратичной функции можно получить, зная коэффициенты квадратного трехчлена?

***Ответ.***

  • если старший коэффициент квадратного трехчлена больше нуля, то ветви параболы направлены вверх;

  • если старший коэффициент квадратного трехчлена меньше нуля, то ветви параболы направлены вниз;

  • если дискриминант больше нуля, то парабола пересекает ось абсцисс в двух точках;

  • если дискриминант равен нулю, то парабола касается оси абсцисс;

  • если дискриминант меньше нуля, то парабола не имеет общих точек с осью абсцисс;

  • абсцисса вершины параболы равна …

  • парабола пересекает ось ординат в точке ….

Квадратные уравнения содержат неизвестную, но наряду с этим бывает так, что один из его коэффициентов тоже неизвестен. Такая фиксированная неизвестная называется **параметром,** а такого рода уравнения называются **параметрическими.**

**Параметр** – это постоянная величина, выраженная буквой, сохраняющая своё постоянное значение лишь в условиях данной задачи. В задачах с параметрами наряду с неизвестными фигурируют величины, численные значения которых хотя и не указаны конкретно, но считаются известными и заданными на некотором числовом множестве. При этом параметры, входящие в условие, существенно влияют на логический и технический ход и форму ответа. Интересная часть решения задачи – выявить, как зависит ответ от параметра.

**Задание 5. При каких значениях *а* парабола *f* (*x*) = *ах*2 – 2*х* + 25 касается оси ОХ?**

**Задание 6. При каких значениях *k* уравнение *kх*2 – (*k* – 7)*х* + 9 = 0 имеет два равных положительных корня?**

**Задание 7**. **При каких значениях *т* функция  с осью ОХ пересекается в двух точках?**

***Решение.***

******

***Ответ.*** При .

**Задание 8. Дана функция** $y=\left(2m-5\right)x^{2}+\left(4m+8\right)x+36$ **.**

**При каких значениях параметра *m* данная функция**

**а) не является квадратичной;**

**б) является квадратичной;**

**в) парабола касается оси ОХ;**

**г\*) график её пересекает ось абсцисс в двух точках.**

 *(Учащиеся намечают план решения, сопровождая объяснение необходимыми правилами. Пункты а) и б) прорешиваются устно, в) и г) – письменно)*

**Задание 9. При каком значении параметра *m* квадратный трехчлен**

**2х² + 2*m*х – *m* – 0,5 = 0 имеет единственный корень?**

**Найдите этот корень.**

*Решение.*

1. *Квадратное уравнение имеет один корень, если D=0*

*D =(2m)² - 4 ⋅ 2 ⋅ (- m – 0,5) = 4m² + 8m +4*

 *4m² + 8m +4 = 0 m² + 2m +1 = 0 (m + 1)² = 0* ***m= - 1***

1. *Подставим найденное значение* ***m*** *в исходное уравнение:*

 *2х² - 2х + 1 – 0,5 = 0*

 *4х² - 4х + 1 = 0*

 *(2х – 1) ² =0 2х -1 =0* ***х = 0,5***

*Ответ. При* ***m= - 1 х = 0,5***

 ***V этап. Заключительный.***

 **Подведение итога урока.**

На сегодняшнем уроке повторили о квадратичной функции, о её графике, именуемой параболой, поговорили о свойствах, исследовали квадратный трехчлен, рассмотрели решения некоторых уравнений и неравенств, обратили внимание на задания с параметром, встречающиеся на экзаменах.

Все знания, полученные на нашем уроке, вам будут необходимы в дальнейшем. Я думаю, что вы не утратили интереса, а напротив, будете стремиться к знаниям более глубоким и не только на уроках математики, чтобы войти во взрослую жизнь грамотными, активными и успешными.

У каждого на столе есть лист рефлексии. Заполните его и передайте мне.

**Лист рефлексии**

**Фамилия, имя\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_**

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| **№** | **Вопрос** | **Ответ ( + или - )** |
| **1** | Комфортно ли вам было на уроке? | . |
| **2** | Поняли ли вы материал урока? | . |
| **3** | Требовалась ли вам помощь:а) учителяб) учебникав) соседа по парте? | ... |
| **4** | Оцените свою работу на уроке по пятибалльной системе. | . |

Многие на уроке были активными …

Некоторым придется еще немного поработать.

Английский поэт Альберт Порт сказал: «Силу ума придают упражнения, а не покой». Поэтому откройте дневники и запишите номера упражнений для силы ума.

**Домашнее задание.**

1. № 205 (2)
2. Для функции $y=\left(2m-5\right)x^{2}+\left(4m+8\right)x+36$найдите значения параметра *m*, при которых график пересекается с *ОХ* в двух точках.