**МКУ «Центр информационно- методического обеспечения муниципальных образовательных учреждений» Лямбирского муниципального района.**

**Районный конкурс учебно-исследовательских,**

**проектных и поисковых работ среди учащихся общеобразовательных учреждений Лямбирского муниципального района**

**«Юный исследователь»**

**Направление: «Информационно-технологическое»**

**(математика, физика, информатика)**

**Изучение метода математической индукции при решении задач**

***Автор: ученица 10 класса***

***МОУ«Лямбирская СОШ №1» Биктякова Радмила Ринатовна***

***Руководитель:***

***учитель математики Фетхуллова Эльвира Абуевна***

***Лямбирь***

***2017 год***

**Муниципальное общеобразовательное учреждение**

**«Лямбирская средняя общеобразовательная школа №1»**

**Директор школы :** **Мензуллин Юнир Бясырович**

Почтовый адрес школы: индекс 431510, Республика Мордовия,

Лямбирский район, село Лямбирь,

улица Ленина, дом 4

Телефон школы: 2-13-30 , 2-12-65

**Автор работы:** **Биктякова Радмила Ринатовна**

Почтовый адрес автора: индекс 431510, Республика Мордовия,

Лямбирский район, село Лямбирь,

улица Ленина, дом 65, кв.39

**Руководитель работы:**  **Фетхуллова Эльвира Абуевна**

Место работы: МОУ «Лямбирская средняя общеобразовательная

школа №1», учитель математики

**Аннотация**

Работа обеспечивает приобретение знаний и умений, необходимых для доказательства алгебраических равенств и неравенств при любом целом или натуральном значениях неизвестной, для доказательства делимости алгебраических выражений на натуральное число.

Моя работа применима для разных групп школьников, что достигается обобщенностью включенных в неё знаний, их отбором в соответствии с задачами предпрофильного обучения.

Метод математической индукции является одним из высокоэффективных методов поиска новых результатов и доказательства истинности выдвинутых предположений. Хотя этот метод в математике не новый, интерес к нему возрос в связи с необходимостью решать более сложные задачи не только при подготовке к предметной олимпиаде, но и при подготовке к ОГЭ и ЕГЭ.

**Оглавление**

1. Введение \_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_4

2. Возникновение индукций. Полная и неполная индукции\_\_\_\_\_\_\_\_ \_\_\_8

3. Определение метода математической индукции \_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_10

1. Классификация задач и способы решения

* Задачи на делимости \_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_10
* Задачи на доказательство равенств и тождеств \_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_11
* Задачи на доказательство неравенств \_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_14

5. Решение олимпиадных задач и задач, включенных в ЕГЭ \_\_\_\_\_\_\_15

6. Подборка задач для самостоятельного решения \_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_17

7. Выводы и заключение \_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_19

8. Словарь терминов \_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_20

9. Список литературы \_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_21

**Введение.**

Готовясь к районной математической олимпиаде, во время занятий с моим учителем, мы много решали задач, уравнений и неравенств, разбирали некоторые вопросы более углубленно. Более серьёзно мы попробовали подойти к совершенно новой для меня теме **«Метод математической индукции»**. В школьном курсе математики эта тема не изучается, а значение имеет огромное. Когда мой учитель предложил разобрать такие задачи, как, например,

Задача 1.

Доказать , что при любом натуральном n число

32n+1+2n+2 делится на 7.

Задача 2.

Доказать , что сумма квадратов первых натуральных чисел равна

12 +22 +32 +42 +…+n2=

Задача 3.

Доказать, что при всех натуральных n выполняется неравенство



Задача 4.

Доказать, что модуль суммы n чисел не превосходит суммы модулей этих чисел:  ,

от одного их вида появлялся испуг и шок от того, что и притронуться к ним невозможно. С чего начать и как продолжить, как миновать тупик, к которому можно прийти?

Но вскоре этот испуг прошел и задания оказались вполне решаемыми и даже очень интересными. Я даже смогла заинтересовать своих одноклассниц. Хочу предложить вашему вниманию свою научно – исследовательскую работу на тему «Метод математической индукции» и поделиться своими умениями и находками.

Моя работа **применима для разных групп школьников**, что достигается обобщенностью включенных в неё знаний, их отбором в соответствии с задачами предпрофильного обучения.

**Практическая направленность содержания** - работа обеспечивает приобретение знаний и умений, необходимых для доказательства алгебраических равенств и неравенств при любом целом или натуральном значениях неизвестной, для доказательства делимости алгебраических выражений на натуральное число.

Математикой занимаются не только профессионалы.

Эта наука всегда притягивала внимание многих любителей. И иногда любопытство людей, обращавшихся к математике в часы досуга, не уступали любопытству профессиональных учёных.

Метод математической индукции является одним из высокоэффективных методов поиска новых результатов и доказательства истинности выдвинутых предположений. Хотя этот метод в математике не нов, но не будет преувеличением сказать, что интерес к нему возрос в связи с необходимостью решать более сложные задачи.

Нельзя упускать из виду следующую **особенность** метода математической индукции.Метод математической индукцииоказывается применим к широкому кругу задач, относящихся к различным разделам математики. Таким образом, **владение этим методом рассуждения значительно расширяет возможности учащихся при решении задач.**

***Объект исследования:*** Метод математической индукции

***Предмет исследования:*** Задачи на доказательство верности утверждений при любом целом или натуральном значениях неизвестной

***Цель исследования:*** Познакомиться с методом математической индукции, систематизировать знания по данной теме и применить её при решении математических задач и доказательстве теорем, обосновать и наглядно показать практическое значение метода математической индукции как необходимого фактора для решения задач.

***Задачи:***

*Образовательные:*

* изучить метод математической индукции;
* изучить признаки делимости натуральных чисел;
* определить общие признаки делимости чисел по составленным классификациям;

*Воспитательные:*

* формировать мировоззрение, стремление к познанию и совершенствованию;
* воспитание нравственного отношения к роли математики;
* воспитывать интерес к предмету.

*Развивающие:*

* способствовать общекультурному развитию личности;
* развить и выработать прочные умения и навыки использования изученного материала;
* развитие речи, мышления и способности наблюдать и делать выводы.

***Ожидаемые результаты:***

- знать и уметь правильно употреблять термины, связанные с понятием индукции;

- уметь понимать смысл условий задач;

- уметь представлять алгоритм применения метода математической индукции;

- знать и уметь правильно переходить от одного шага алгоритма к другому шагу;

- уметь пользоваться техникой доказательства тождеств, равенств и неравенств при заданных значениях неизвестной;

- уметь пользоваться простейшими приёмами применения метода математической индукции;

- уметь пользоваться справочным материалом для нахождения нужных формул и их использование при решении задач.

***Актуальность и новизна исследования*** определяется тем, что учащиеся должны разбираться в тех или иных способах доказательств тождеств, равенств и неравенств. Метод математической индукции является одним из высокоэффективных методов поиска новых результатов и доказательства истинности выдвинутых предположений. Хотя этот метод в математике не нов, но не будет преувеличением сказать, что интерес к нему возрос в связи с необходимостью решать более сложные задачи не только при подготовке к предметной олимпиаде, но и при подготовке к ОГЭ и ЕГЭ и в дальнейшей профессиональной деятельности.

***Объем проведенного исследования и уровень сложности использованных методов:***

- анализ математической литературы и ресурсов Интернета по данной теме;

- репродуктивное воспроизведение изученного материала;

- познавательно - поисковая деятельность;

- анализ и сравнение данных в поиске решения задач;

- постановка гипотез и их поверка;

- сравнение и обобщение математических фактов;

- решение задач различных видов;

- анализ полученных результатов;

***Научная и практическая ценность полученных результатов:*** Метод математической индукции - есть эффективный метод доказательства гипотез (утверждений), основанный на использовании принципа математической индукции, поэтому он приводит только к верным выводам.

Методом математической индукции **можно решать не все задачи**, а только задачи, **параметризованные** некоторой переменной. Данный метод является источником знаний, который расширяет и углубляет базовый компонент.

**Гипотеза:** Если знать основные этапы метода математической индукции, то можно решить задачи на доказательство верности утверждений при натуральном *п*

***Сроки исследования:*** 2 года

***Место исследования:*** библиотека, кабинет математики

**Возникновение индукций. Полная и неполная индукции.**

***Холодные числа, внешне сухие формулы математики полны внутренней красоты и жара сконцентрированной в них мысли.***

*А.Д.Александров.*

Метод доказательства, основанный на применении принципа математической индукции, носит название **метода математической индукции.** Термин « **математическая индукция**» появился впервые в 1838 году в одноимённой статье **де Моргана** в Британской энциклопедии. Впервые в четком изложении метод математической индукции был применён в ХVII веке выдающимся французским ученым **Блезом Паскалем** при доказательстве свойств числового треугольника, носящего с того времени его имя. Однако идея математической индукции была известна ещё древним грекам. Сейчас он широко применяется в математике для доказательства самых разнообразных тождеств, неравенств и других утверждений.

**Индукция** есть метод получения общего утверждения из частных наблюдений. Например, любой человек наблюдает смену ночи утром, утра днём и т.д. на основе этих наблюдений он делает вывод о смене времени суток как общей закономерности. Вывод этот верен. Аналогично можно сделать вывод о смене времён года.

Рассмотрим целые числа, определяемые формулой f(x)=x2+x+41. будем придавать х значения 0,1,2,3,….. .

Тогда f(0)=41, f(1)=43, f(2)=47, f(3)=53, f(4)=61, …

Из этих наблюдений можно сделать вывод, что формула f(x)=х2+х+41 даёт только простые числа. Утверждение это ошибочно. При х=40 получаем f(40)=402+40+41 - число составное, равное 1681=412

Или ещё один похожий пример.

Рассмотрим многочлен g(x)=n2 - n+41 и начнём придавать аргументу n значения, равные 1,2,3,4,5,… . В результате будем иметь g(1)=41, g (2)=43, g(3)=47, g (4)=53, g (5)=61,…

Каждое из полученных решений представляет собой простое число. Отсюда можно предположить, что при любом натуральном n значение многочлена g(n) есть простое число. Эта гипотеза выдерживает испытание для всех n от 1 до 40. Но уже g(41)=412-составное число. Таким образом, наше предположение неверно.

От такого рода ошибок предостерегал **Эйлер**: « Однако мы видели случаи, когда простая индукция вела к ошибке. Поэтому мы должны проявлять большую осторожность, чтобы не принять за истинные такие свойства чисел, которые мы открывали путём наблюдения и которые подкрепляются одной лишь индукцией». Такую индукцию часто называют ***неполной.***

Как указывал Эйлер, этот метод хорош лишь для того, чтобы угадать результат, который в дальнейшем надо строго доказать. И не всегда математикам удавалось найти нужное доказательство. А иногда его просто нет, как в рассмотренных нами примерах. Результат, полученный неполной индукцией, остаётся лишь гипотезой, пока он не доказан точным математическим рассуждением. Неполная индукция в математике не считается методом строгого доказательства.

В случае, когда математическое утверждение касается конечного числа объектов, его можно доказать, проверяя для каждого объекта. Например, утверждение ***«каждое двузначное четное число является суммой двух простых чисел»,*** которое называется **гипотезой Гольдбаха**, следует из серии равенств:

10=5+5 12=5+7 14=7+7 16=5+11 18=5+13 20=7+13

22=11+11 24=11+13 26=13+13 28=5+23 30=7+23

……………………………………………………………….

90=7+83 92=3+89 94=5+89 96=7+89 98=19+79.

Метод доказательства, при котором проверяется утверждение для конечного числа случаев, исчерпывающих все возможности, называют **полной индукцией**.

В естественных науках (физике, химии, биологии) применяют неполную индукцию: проведя эксперимент несколько раз, переносят полученные результаты на все случаи.

**Определение метода математической индукции.**

Ясно, что **метод математической индукции** можно применять только для доказательства утверждений, зависящих от натурального n.

Задачи на делимость натуральных чисел часто предлагаются на математических олимпиадах разного уровня. Многие из них легко доказываются **методом математической индукции.**

**Способ доказательства методом математической индукции заключается в следующем:**

**1) Начало индукции. Доказывают или непосредственно проверяют справедливость утверждения ( формулы ) для n=1;**

**2) Индуктивный переход. Предполагают справедливость утверждения для некоторого натурального n=k . Исходя из этого предположения, доказывают справедливость утверждения для n=k+1.**

**Классификация задач и способы решения.**

* ***Задачи на делимости.***

**Задача 1.**

**Доказать, что при любом натуральном *n* число *32n+1+2n+2* делится на 7.**

Доказательство:

Обозначим *an=32n+1+2n+2.*

1) Начало индукции.

Если *n=1* , то *a1=35* делится на 7.

(впрочем, здесь начать можно и с *n=0*)

2) Индуктивный переход.

Пусть *ak*  делится на 7. ( предположение индукции)

Докажем справедливость утверждения для *n=k+1*

*ak+1=32(k+1)+1+2(k+1)+2=32k+1 9+ 2k+2 2= (32k+1+2k+2)9-7 \*2k+2=9ak-7\*2k+2*

Последнее число делится на 7 , т.к. представляет собой разность двух целых чисел, делящихся на 7.

**Задача 2.**

**Доказать, что число *7n+1+82n-1* делится на 19.**

Доказательство:

1) если *n=1* , то *72+81+57*, а 57 делится на 19.

2) предположим, что утверждение верно при некотором натуральном *n=k* , т.е. число *7k+1+82k-1* делится на 19.

Докажем верность утверждения для *n=k+1*

*7(k+1)+1+82(k+1)-1=7k+2+82k+1=7\*7k+1+64\*82k-1=7(7k+1+82k-1)+57\*82k-1*.

Так как каждое слагаемое полученной суммы делится на 19, то и *7k+2+82k+1*также делится на 19. Утверждение доказано.

**Задача 3.**

**Доказать, что при любом натуральном *n* число *23+1***

**делится на *3n+1***

Доказательство:

1) Для *n=1* число *23+1=9* делится на *31+1=9*

2) Пусть утверждение верно для *n=k* , т.е. *23+1*  делится на *3k+1*. Перейдём к *n=k+1 :*

*23+1=23+1=(23)3+1=(23+1)((23)2 – 23+1)*

Первый множитель в этом произведении делится на 3k+1 по предположению. Осталось показать делимость второго множителя на 3. В самом деле, *(23)2 - 23+1=(23+1)2 - 3\*23* ; Эта разность , очевидно, делится на 3 , поскольку делимость на 3 уменьшаемого вытекает из предположения. Итак, число *23+1*  делится на *3k+2*. Следовательно, задача доказана.

* ***Задачи на доказательство равенств и тождеств.***

**Задача 4.**

**Вывести формулу суммы первых n нечетных чисел натурального ряда.**

Решение.

*S(1)=1, S(2)=1+3=4, S(3)=1+3+5=9, S(4)=1+3+5+7=16, S(5)=….=25,*

Замечаем, что сумма первых n нечётных чисел натурального ряда равна n2 т.е. *S(n)=n2.* Докажем это **методом математической индукции**

1) для *n =1* формула верна.

2) предположим, что она верна для какого-нибудь натурального *n=k* , т.е. *S(k)= k2.*

Докажем , что тогда она будет верна и для *n=k+1*, т.е. *S(k+1)=(k+1)2*

*S(k+1)=1+3+5+…+(2k-1)+(2k+1)=S(k)+(2k+1)=k2+2k+1=(k+1)2.*

Следовательно, формула верна для всех натуральных значений n , т.е. *S(n)=n2*

**Задача 5.**

**Доказать, что сумма квадратов первых натуральных чисел равна**

***12 +22 +32 +42 +…+n2=***

Доказательство:

1) Проверим справедливость утверждения для *n =1.*

При n =1 сумма состоит из одного члена, т.е. *S(1) =1* ,

и по формуле имеем *S(1)=* ,

т.е. для *n=1* формула верна.

2) Предположим справедливость формулы для *n=k* ,т.е.

*S(k)=12+22+32+…+k2 =*

Исходя из этого предположения докажем справедливость формулы для *n=k+1*

Действительно*, S(k+1)=12+22+32+…+k2+(k+1)2.*

Сумма первых *k*  слагаемых равна *S(k)=*

Значит, *S(k+1)=S(k)+ (k+1)2=*

*=*

Итак, мы доказали, что формула верна для *n=k+1* . Мы получили ту же формулу. Следовательно, в силу м.м.и. данная формула верна для любого натурального n.

**Задача 6.**

**Доказать, что для всех натуральных n справедлива формула**

***13+23+33+…+n3= ***

Доказательство:

1) при n =1 левая часть этой формулы принимает вид 13=1 ; правая часть принимает вид **  . Значит, при *n =1* формула верна.

2) предположим, что формула верна при *n=k* , т.е. верно равенство

*13+23+33+…+k3 =*

Докажем, что тогда эта формула верна и при *n=k+1* (каким бы ни было k ), т.е. верно равенство *13+23+…+k3+(k+1)3=*

Для этого заметим, что левую часть доказываемого равенства можно записать в виде *(13+23+33+…+k3)+(k+1)3*

Но по предположению выражение в скобках равно * ,*

и поэтому

*13+23+…+k3+(k+1)3= .*

Значит, доказываемая формула верна при *n =1*, а из её справедливости при *n=k* вытекает , что она верна и при *n=k+1* . В силуметода математической индукции отсюда вытекает справедливость этой формулы для всех натуральных значений *n.*

**Задача 7.**

**Доказать, что общий член геометрической прогрессии равен**

***ап = а1∙q п-1***

Доказательство:

1) Проверим, что данное утверждение верно при *п=1 :*

*a1= a1∙q0*

*a1 = a1∙1*

*a1 = a1*

2) Предположим, что данное утверждение верно, при *п=k:*

*a k = a1∙q k-1*

докажем, что данное утверждение верно при  *п = k+1:*

*ak+1= a1∙qk*

*a k+1 = ak ∙q = a1∙qk-1 ∙ q = a1∙qk* , что и требовалось доказать.

Оба условия принципа математической индукции выполняются и поэтому формула *an=a1∙ qn-1*верна для любого натурального числа*п.*

**Задача 8.**

**Методом математической индукции доказать, что сумма *п -* членов геометрической прогрессии вычисляется по формуле:**

***Sn* =  (q≠1).**

Доказательство:

1) Проверим, что данное утверждение верно при *п=1 :*

Левая часть: *S1=b1*

Правая часть: * b1 = b1.*

2) Предположим, что данное утверждение верно, при *п=k:*

*Sk =* и докажем, что данное утверждение верно при  *п=k+1:* *Sk+1* = .

*S k+1 = Sk+bk+1 =*

= .

Оба условия принципа математической индукции выполняются, поэтому формула *Sn=*  верна для любого натурального *п.*

* ***Задачи на доказательство неравенств.***

**Задача 9.**

**Доказать, что при всех натуральных n выполняется неравенство**

******

Доказательство:

Обозначим левую часть неравенства через *an*  .

1) начало индукции.

Справедливость неравенства при n=1 очевидна.

2) индуктивный переход. Пусть *ak* . Надо доказать, что

*ak+1.*

А поскольку *ak+1*= ,

то нам достаточно доказать неравенство  .

Возведя это неравенство в квадрат и упрощая, приходим к неравенству n.

**Задача 10.**

**Доказать, что модуль суммы n чисел не превосходит суммы модулей этих чисел: ****

Доказательство:

1) при *n=1* 

при *n=2* получаем известное неравенство  , справедливое для любых *а1* и *а2*

2) пусть *k*  - некоторое натуральное число.

Докажем, что если неравенство справедливо для любых *k*  слагаемых, то оно справедливо и в случае, когда число слагаемых равно *k+1.*

Пусть *a1, a2 , a3 ,…, ak , ak+1* - произвольные числа. Имеем



*.*

Неравенство доказано.

**Решение олимпиадных задач и задач, включенных в ЕГЭ**

**Задача1.**

Последовательность задана следующим условием

*а1=1,* + Докажите, что все члены последовательности целые числа.

Доказательство:

1. При *а1=1*, *+=3+0=3* – целое число
2. Предположим верность утверждения при *а=k , т.е.*

+ - целое число

И докажем верность утверждения при *а=k+1, т.е.*

+ - целое число

Преобразуем правую часть.

+

3(+ )+

*+*

*целое по предположению целое*

Значит,+ -целое

**Задача2.**

Докажите, что при любом натуральном числе *п 9 п+1- 8п – 9* кратно 16.

Доказательство:

1) Проверим, что данное утверждение верно при *п=1:*

*9 2- 8 – 9 = 81- 8 – 9 = 64, 64 16.*

При *п=1* утверждение верно.

2) Предположим, что данное утверждение верно, при *п = k :*

*(9 k+1 - 8k - 9)  16.*

докажем, что данное утверждение верно при *п = k+1*:

*(9 k+2 – 8 (k+1) - 9) 16.*

*9 k+2 - 8(k+1) – 9 =9 k+1 ∙ 91 - 8k – 8 – 9 = 9 k+ 1∙ 9 - 8k – 17 =*

*= 9(9 k+1 - 8k - 9) + 64k + 64 = 9(9 k+1 - 8k - 9) +64(k+1)=*

*= 9(9 k+1 – 8k - 9)+ 64(k+1).*

*16 16*

Следовательно, (*9(9 k+1 - 8k - 9) + 64(k-1)) 16.*

Итак, оба условия принципа математической индукции выполняются, и поэтому 9k+1*- 8п-9* кратно 16 при любом натуральном *п.*

**Задача3.**

**Докажите, что для любого натурального n разность *n9-n5* кратна 30.**

Доказательство:

1) Проверим, что данное утверждение верно при *п=1:*

*19-15=1-1=0  30*

При *п=2: 29-25=25(24-1)=32\*15=2\*15\*16  30*

2)Предположим, что данное утверждение верно, при *п = k.* т.е. *k9-k5  30*  и докажем верность утверждения при *n=k+1*

*(k+1)9-(k+1)5=(k+1)5 ((k+1)4 - 1)= (k+1)5 ((k+1)2 - 1) ((k+1)2 + 1)=*

*=(k+1)5 ((k+1) + 1) ((k+1) - 1) ((k+1)2 + 1)= (k+1)5(k+2)k(k2+2k+1+1)=*

*=k (k+1)5(k+2)( k2+2k+2)*

Произведение трех последовательных натуральных чисел *k(k+1)(k+2)  6,*

А произведение остальных множителей (*k+1)4(k2+2k+2)*  * 5* можно доказать методом математической индукции*.*

Таким образом, все произведение делится на 30.

Значит, для любого натурального n разность *n9-n5* кратна 30.

**Подборка задач для самостоятельного решения.**

**1. Задачи на делимости.**

Докажите, что при всех натуральных n

1) n3+11n кратно 6

2) 7n+3n-1 кратно 9

3) 5n-3n+2n кратно 4

4) 62n+19n-2n+1 кратно17

5) 5\*23n-2+33n-1 кратно 19

6) 22n-1-9n2+21n-14 кратно 27

7) 11n+2+122n+1 делится на 133

8) 18n-1 делится на 17

9) 33n+2+7n делится на 10

10) 7\* 52n+12\*6n делится на 19

**2. Доказать равенства для всех натуральных n**

1) 1+4+9+25+…+n2=

2) 2+4+6+…+2n=n(n+1)

3) 2+6+10+…+2(2n-1)=2n2

4) 2+10+24+…+(3n2-n)=n2(n+1)

5) 1\*2+2\*5+3\*8+…+n(3n-1)=n2(n+1)

6) 2+16+56+…+(3n-2)\*2n=10+(3n-5)\*2n+1

7) 5+45+325+…+(4n+1)\*5n-1=n\*5n

8) 12+32+52+…+(2n-1)2=

9) 13+23+…+n3=

10) 1\*2\*3+2\*3\*4+3\*4\*5+…+n(n+1)(n+2)=n(n+1)(n+2)(n+3)

11) 

12) 

13) 

14) 

15) 

16) 

17) 

18) 

19) 

**4. Докажите справедливость неравенства при любом натуральном значении n**

1) 2n >n

2) 2n >2n+1 при n

3) 3n >5n+1 при n

4) 5n> 7n-3

5) 2n-1>n(n+1) при n

6) 3n 

7) 4n

8) 4n>3n+2n при n

9) 2n >n3 при n10

10) 3n >n2

11)  , если 

12)  при 

13) 

14) 

15)  если а, в - положительные числа

16)  при n>3

**Выводы и заключение.**

Метод математической индукции состоит в переходе к универсальной формулировке после проверки истинности частных формулировок для отдельных, но не всех значений n.

Метод математической индукции – метод доказательства, основанный на принципе математической индукции. Он позволяет в поисках общего закона испытывать гипотезы, отбрасывать ложные и утверждать истинные.

Метод математической индукции является одной из теоретических основ при решении задач на суммирование, доказательстве тождеств, доказательстве и решении неравенств, решении вопроса делимости, при изучении свойств числовых последовательностей, при решении геометрических задач и т. д.

Итак, все предложенные задания содержат некоторую «изюминку», которая так притягивает, заставляет кропотливо и целеустремлённо браться за эти задания. И высшей степенью наслаждения является то, когда задание приведено к требуемому результату.

Обобщив и систематизировав знания по математической индукции, я убедилась в необходимости знаний по теме «метод математической индукции». Кроме того, эти знания повышают интерес к математике, как к науке.

Так же в ходе работы приобрела навыки решения задач по использованию метода математической индукции. Считаю, что эти навыки помогут мне в будущем.

**Словарь**

**Алгебраические выражения –** выражения, содержащие буквы, числа, скобки и знаки арифметических действий

**Гольдбах Христиан –** немецкий математик XVIII в., член Петербургской Академии наук

**Индукция –** метод получения общего утверждения из частных наблюдений

**- полная –** индукция, в которой проверяется утверждение для конечного числа случаев, исчерпывающих все возможности

**- неполная –** индукция, в которой свойства чисел вытекают из частных наблюдений

**Математика –** наука о качественных и количественных изменениях окружающего мира. В переводе с греческого – учусь через размышление

**Метод математической индукции –** метод доказательства, основанный на применении принципа математической индукции

**Натуральный ряд –** числовая последовательность, элементами которой являются натуральные числа

**Блез Паскаль –** французский ученый математик XVII в.

**Де Морган –** британский математик XIX в.

**Эйлер Леонард –** немецкий математик XVIII в.

**Литература.**

1. ***Виленкин Н.Я****.* **Алгебра и математический анализ**, 10 класс.

М., «Просвещение», 1999г.

1. ***Галицкий М.Л.*** **Углубленное изучение курса алгебры и математического анализа.** М., «Просвещение»,1999 г

***3****.* ***Карп А.П****.*  **Сборник задач по алгебре и началам анализа, 10-11 класс.** М., «Просвещение»,1998 г

1. ***Крамор В.С****.* **Повторяем и систематизируем школьный курс**

**алгебры и начал анализа. М**. «Просвещение»,1997 г

***5.******Никольская И.Л****.* **Методика факультативных занятий в 10 -11 классах**. М., «Просвещение»,1999г

***6****.****Шарыгин И.В****.* **Факультативный курс по математике. Решение задач**.М., «Просвещение»,1997г