**МИНОБРНАУКИ РОССИИ**

**ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ БЮДЖЕТНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ «НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ МОРДОВСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ им. Н.П. ОГАРЁВА»**
**(ФГБОУ ВО «МГУ им. Н.П. Огарёва»)**

УТВЕРЖДЕНО
решением педагогического совета
Лицея ФГБОУ ВО «МГУ им. Н.П. Огарёва»
протокол № 1 от «30» августа 2023 г.

**Рабочая программа**
по предмету «Математика» (углубленный уровень)
основной образовательной программы
среднего общего образования

11 класс
Профиль «Информатика. Математика»

Объем – 7 часов/нед. (238 часов)

Саранск 2023

| | | | |
|---|---|---|---|
| **Разработчик рабочей программы:** | Лицей МГУ им. Н. П. Огарёва (место работы) | учитель (занимаемая должность) | А. М. Селедец (инициалы, фамилия) |

**Рассмотрено** на заседании методического объединения Протокол №1 от «29» августа 2023 г.

Руководитель методического объединения _____ Ю. Н. Данилина

Согласовано:

Директор Лицея МГУ им. Н.П. Огарёва _____ И. А. Бачкова

Проректор по учебной работе _____ А. Ю. Маслова

Федеральная рабочая программа по учебному предмету «Математика» (углублённый уровень) (предметная область «Математика и информатика») (далее соответственно – программа по математике, математика) включает пояснительную записку, содержание обучения, планируемые результаты освоения программы по математике, тематическое планирование.

Пояснительная записка отражает общие цели и задачи изучения математики, характеристику психологических предпосылок к её изучению обучающимися, место в структуре учебного плана, а также подходы к отбору содержания, к определению планируемых результатов и к структуре тематического планирования.

Содержание обучения раскрывает содержательные линии, которые предлагаются для обязательного изучения в каждом классе на уровне среднего общего образования.

Планируемые результаты освоения программы по математике включают личностные, метапредметные результаты за весь период обучения на уровне среднего общего образования, а также предметные достижения обучающегося за каждый год обучения.

## ПОЯСНИТЕЛЬНАЯ ЗАПИСКА

Программа по математике углублённого уровня для обучающихся на уровне среднего общего образования разработана на основе ФГОС СОО с учётом современных мировых требований, предъявляемых к математическому образованию, и традиций российского образования. Реализация программы по математике обеспечивает овладение ключевыми компетенциями, составляющими основу для саморазвития и непрерывного образования, целостность общекультурного, личностного и познавательного развития личности обучающихся.

В программе по математике учтены идеи и положения «Концепции развития математического образования в Российской Федерации». В соответствии с названием концепции математическое образование должно, в частности, решать задачу обеспечения необходимого стране числа обучающихся, математическая подготовка которых достаточна для продолжения образования по различным направлениям, включая преподавание математики, математические исследования, работу в сфере информационных технологий и других, а также обеспечения для каждого обучающегося возможности достижения математической подготовки в соответствии с необходимым ему уровнем. Именно на решение этих задач нацелена программа по математике углублённого уровня.

В эпоху цифровой трансформации всех сфер человеческой деятельности невозможно стать образованным современным человеком без хорошей математической подготовки. Это обусловлено тем, что в наши дни растёт число специальностей, связанных с непосредственным применением математики: и в сфере

экономики, и в бизнесе, и в технологических областях, и даже в гуманитарных сферах. Таким образом, круг обучающихся, для которых математика становится значимым предметом, фундаментом образования, существенно расширяется. В него входят не только обучающиеся, планирующие заниматься творческой и исследовательской работой в области математики, информатики, физики, экономики и в других областях, но и те, кому математика нужна для использования в профессиях, не связанных непосредственно с ней.

Прикладная значимость математики обусловлена тем, что её предметом являются фундаментальные структуры нашего мира: пространственные формы и количественные отношения, функциональные зависимости и категории неопределённости, от простейших, усваиваемых в непосредственном опыте, до достаточно сложных, необходимых для развития научных и технологических идей. Без конкретных математических знаний затруднено понимание принципов устройства и использования современной техники, восприятие и интерпретация разнообразной социальной, экономической, политической информации, малоэффективна повседневная практическая деятельность. Во многих сферах профессиональной деятельности требуются умения выполнять расчёты, составлять алгоритмы, применять формулы, проводить геометрические измерения и построения, читать, обрабатывать, интерпретировать и представлять информацию в виде таблиц, диаграмм и графиков, понимать вероятностный характер случайных событий.

Одновременно с расширением сфер применения математики в современном обществе всё более важным становится математический стиль мышления, проявляющийся в определённых умственных навыках. В процессе изучения математики в арсенал приёмов и методов мышления человека естественным образом включаются индукция и дедукция, обобщение и конкретизация, анализ и синтез, классификация и систематизация, абстрагирование и аналогия. Объекты математических умозаключений, правила их конструирования раскрывают механизм логических построений, способствуют выработке умения формулировать, обосновывать и доказывать суждения, тем самым формируют логический стиль мышления. Ведущая роль принадлежит математике в формировании алгоритмической компоненты мышления и воспитании умений действовать по заданным алгоритмам, совершенствовать известные и конструировать новые. В процессе решения задач – основы для организации учебной деятельности на уроках математики – развиваются творческая и прикладная стороны мышления.

Обучение математике даёт возможность развивать у обучающихся точную, рациональную и информативную речь, умение отбирать наиболее подходящие языковые, символические, графические средства для выражения суждений и наглядного их представления.

Необходимым компонентом общей культуры в современном толковании является общее знакомство с методами познания действительности, представление о предмете и методе математики, его отличиях от методов естественных и гуманитарных наук, об особенностях применения математики для решения

научных и прикладных задач. Таким образом, математическое образование вносит свой вклад в формирование общей культуры человека.

Изучение математики способствует эстетическому воспитанию человека, пониманию красоты и изящества математических рассуждений, восприятию геометрических форм, усвоению идеи симметрии.

Приоритетными целями обучения математике в 10–11 классах на углублённом уровне продолжают оставаться:

формирование центральных математических понятий (число, величина, геометрическая фигура, переменная, вероятность, функция, производная, интеграл), обеспечивающих преемственность и перспективность математического образования обучающихся; подведение обучающихся на доступном для них уровне к осознанию

взаимосвязи математики и окружающего мира, пониманию математики как части общей культуры человечества; развитие интеллектуальных и творческих способностей обучающихся,

познавательной активности, исследовательских умений, критичности мышления, интереса к изучению математики; формирование функциональной математической грамотности: умения

распознавать математические аспекты в реальных жизненных ситуациях и при изучении других учебных предметов, проявления зависимостей и закономерностей, формулировать их на языке математики и создавать математические модели, применять освоенный математический аппарат для решения практико-ориентированных задач, интерпретировать и оценивать полученные результаты.

Основными линиями содержания математики в 10–11 классах углублённого уровня являются: «Числа и вычисления», «Алгебра» («Алгебраические выражения», «Уравнения и неравенства»), «Начала математического анализа», «Геометрия» («Геометрические фигуры и их свойства», «Измерение геометрических величин»), «Вероятность и статистика». Данные линии развиваются параллельно, каждая в соответствии с собственной логикой, однако не независимо одна от другой, а в тесном контакте и взаимодействии. Кроме этого, их объединяет логическая составляющая, традиционно присущая математике и пронизывающая все математические курсы и содержательные линии. Сформулированное во ФГОС СОО требование «умение оперировать понятиями: определение, аксиома, теорема, следствие, свойство, признак, доказательство, равносильные формулировки, умение формулировать обратное и противоположное утверждение, приводить примеры и контрпримеры, использовать метод математической индукции, проводить доказательные рассуждения при решении задач, оценивать логическую правильность рассуждений» относится ко всем учебным курсам, а формирование логических умений распределяется по всем годам обучения на уровне среднего общего образования.

В соответствии с ФГОС СОО математика является обязательным предметом на данном уровне образования. Настоящей программой по математике

предусматривается изучение учебного предмета «Математика» в рамках двух учебных курсов: «Алгебра и начала математического анализа. Вероятность и статистика», «Геометрия». Формирование логических умений осуществляется на протяжении всех лет обучения на уровне среднего общего образования, а элементы логики включаются в содержание всех названных выше учебных курсов.

Общее количество часов, направленных на изучение математики на углубленном уровне *в 11 классе – 238 часа (7 часов в неделю).*

## ПЛАНИРУЕМЫЕ РЕЗУЛЬТАТЫ ОСВОЕНИЯ ПРОГРАММЫ ПО МАТЕМАТИКЕ НА УРОВНЕ СРЕДНЕГО ОБЩЕГО ОБРАЗОВАНИЯ

### ЛИЧНОСТНЫЕ РЕЗУЛЬТАТЫ

**1) гражданского воспитания:**

сформированность гражданской позиции обучающегося как активного и ответственного члена российского общества, представление о математических основах функционирования различных структур, явлений, процедур гражданского общества (выборы, опросы и другое), умение взаимодействовать с социальными институтами в соответствии с их функциями и назначением;

**2) патриотического воспитания:**

сформированность российской гражданской идентичности, уважения к прошлому и настоящему российской математики, ценностное отношение к достижениям российских математиков и российской математической школы, использование этих достижений в других науках, технологиях, сферах экономики;

**3) духовно-нравственного воспитания:**

осознание духовных ценностей российского народа, сформированность

нравственного сознания, этического поведения, связанного с практическим применением достижений науки и деятельностью учёного, осознание личного вклада в построение устойчивого будущего;

**4) эстетического воспитания:**

эстетическое отношение к миру, включая эстетику математических закономерностей, объектов, задач, решений, рассуждений, восприимчивость к математическим аспектам различных видов искусства;

**5) физического воспитания:**

сформированность умения применять математические знания в интересах здорового и безопасного образа жизни, ответственное отношение к своему здоровью (здоровое питание, сбалансированный режим занятий и отдыха, регулярная физическая активность), физическое совершенствование при занятиях спортивно-оздоровительной деятельностью;

**6) трудового воспитания:**

готовность к труду, осознание ценности трудолюбия, интерес к различным

сферам профессиональной деятельности, связанным с математикой и её приложениями, умение совершать осознанный выбор будущей профессии и реализовывать собственные жизненные планы, готовность и способность к математическому образованию и самообразованию на протяжении всей жизни, готовность к активному участию в решении практических задач математической направленности;

**7) экологического воспитания:**

сформированность экологической культуры, понимание влияния социально-экономических процессов на состояние природной и социальной среды,

осознание глобального характера экологических проблем, ориентация на применение математических знаний для решения задач в области окружающей среды, планирование поступков и оценки их возможных последствий для окружающей среды;

**8) ценности научного познания:**

сформированность мировоззрения, соответствующего современному уровню развития науки и общественной практики, понимание математической науки как сферы человеческой деятельности, этапов её развития и значимости для развития цивилизации, овладение языком математики и математической культурой как средством познания мира, готовность осуществлять проектную и исследовательскую деятельность индивидуально и в группе.

## МЕТАПРЕДМЕТНЫЕ РЕЗУЛЬТАТЫ

В результате изучения математики на уровне среднего общего образования у обучающегося будут сформированы познавательные универсальные учебные действия, коммуникативные универсальные учебные действия, регулятивные универсальные учебные действия, совместная деятельность.

### Познавательные универсальные учебные действия

**Базовые логические действия:**

- выявлять и характеризовать существенные признаки математических объектов, понятий, отношений между понятиями, формулировать определения понятий, устанавливать существенный признак классификации, основания для обобщения и сравнения, критерии проводимого анализа;
- воспринимать, формулировать и преобразовывать суждения: утвердительные и отрицательные, единичные, частные и общие, условные;
- выявлять математические закономерности, взаимосвязи и противоречия в фактах, данных, наблюдениях и утверждениях, предлагать критерии для выявления закономерностей и противоречий;
- делать выводы с использованием законов логики, дедуктивных и индуктивных умозаключений, умозаключений по аналогии;
- проводить самостоятельно доказательства математических утверждений (прямые и от противного), выстраивать аргументацию, приводить примеры и контрпримеры, обосновывать собственные суждения и выводы;
- выбирать способ решения учебной задачи (сравнивать несколько вариантов решения, выбирать наиболее подходящий с учётом самостоятельно выделенных критериев).

**Базовые исследовательские действия**:

- использовать вопросы как исследовательский инструмент познания, формулировать вопросы, фиксирующие противоречие, проблему, устанавливать искомое и данное, формировать гипотезу, аргументировать свою позицию, мнение;

- проводить самостоятельно спланированный эксперимент, исследование по установлению особенностей математического объекта, явления, процесса, выявлению зависимостей между объектами, явлениями, процессами;
- самостоятельно формулировать обобщения и выводы по результатам проведённого наблюдения, исследования, оценивать достоверность полученных результатов, выводов и обобщений;
- прогнозировать возможное развитие процесса, а также выдвигать предположения о его развитии в новых условиях.

**Работа с информацией:**

- выявлять дефициты информации, данных, необходимых для ответа на вопрос и для решения задачи;
- выбирать информацию из источников различных типов, анализировать, систематизировать и интерпретировать информацию различных видов и форм представления;
- структурировать информацию, представлять её в различных формах, иллюстрировать графически;
- оценивать надёжность информации по самостоятельно сформулированным критериям.

**Коммуникативные универсальные учебные действия:**

- воспринимать и формулировать суждения в соответствии с условиями и целями общения, ясно, точно, грамотно выражать свою точку зрения в устных и письменных текстах, давать пояснения по ходу решения задачи, комментировать полученный результат;
- в ходе обсуждения задавать вопросы по существу обсуждаемой темы, проблемы, решаемой задачи, высказывать идеи, нацеленные на поиск решения, сопоставлять свои суждения с суждениями других участников диалога, обнаруживать различие и сходство позиций, в корректной форме формулировать разногласия, свои возражения;
- представлять результаты решения задачи, эксперимента, исследования, проекта, самостоятельно выбирать формат выступления с учётом задач презентации и особенностей аудитории.

**Регулятивные универсальные учебные действия Самоорганизация:**

- составлять план, алгоритм решения задачи, выбирать способ решения с учётом имеющихся ресурсов и собственных возможностей, аргументировать и корректировать варианты решений с учётом новой информации.

**Самоконтроль:**

- владеть навыками познавательной рефлексии как осознания совершаемых действий и мыслительных процессов, их результатов, владеть способами самопроверки, самоконтроля процесса и результата решения математической задачи;

- предвидеть трудности, которые могут возникнуть при решении задачи, вносить коррективы в деятельность на основе новых обстоятельств, данных, найденных ошибок, выявленных трудностей;
- оценивать соответствие результата цели и условиям, объяснять причины достижения или недостижения результатов деятельности, находить ошибку, давать оценку приобретённому опыту.

**Совместная деятельность:**

- понимать и использовать преимущества командной и индивидуальной работы при решении учебных задач, принимать цель совместной деятельности, планировать организацию совместной работы, распределять виды работ, договариваться, обсуждать процесс и результат работы, обобщать мнения нескольких людей;
- участвовать в групповых формах работы (обсуждения, обмен мнений, «мозговые штурмы» и иные), выполнять свою часть работы и координировать свои действия с другими членами команды, оценивать качество своего вклада в общий продукт по критериям, сформулированным участниками взаимодействия.

**ПРЕДМЕТНЫЕ РЕЗУЛЬТАТЫ** освоения федеральной рабочей программы по математике представлены по годам обучения в рамках отдельных учебных курсов в соответствующих разделах настоящей программы.

# РАБОЧАЯ ПРОГРАММА УЧЕБНОГО КУРСА «АЛГЕБРА И НАЧАЛА МАТЕМАТИЧЕСКОГО АНАЛИЗА»

**Пояснительная записка**

Учебный курс «Алгебра и начала математического анализа» является одним из наиболее значимых в программе среднего общего образования, поскольку, с одной стороны, он обеспечивает инструментальную базу для изучения всех естественно-научных курсов, а с другой стороны, формирует логическое и абстрактное мышление обучающихся на уровне, необходимом для освоения информатики, обществознания, истории, словесности и других дисциплин. В рамках данного учебного курса обучающиеся овладевают универсальным языком современной науки, которая формулирует свои достижения в математической форме.

Учебный курс алгебры и начал математического анализа закладывает основу для успешного овладения законами физики, химии, биологии, понимания основных тенденций развития экономики и общественной жизни, позволяет ориентироваться в современных цифровых и компьютерных технологиях, уверенно использовать их для дальнейшего образования и в повседневной жизни. В то же время овладение абстрактными и логически строгими конструкциями алгебры и математического анализа развивает умение находить закономерности, обосновывать истинность, доказывать утверждения с помощью индукции и рассуждать дедуктивно, использовать обобщение и конкретизацию, абстрагирование и аналогию, формирует креативное и критическое мышление.

В ходе изучения учебного курса «Алгебра и начала математического анализа» обучающиеся получают новый опыт решения прикладных задач, самостоятельного построения математических моделей реальных ситуаций, интерпретации полученных решений, знакомятся с примерами математических закономерностей в природе, науке и искусстве, с выдающимися математическими открытиями и их авторами.

Учебный курс обладает значительным воспитательным потенциалом, который реализуется как через учебный материал, способствующий формированию научного мировоззрения, так и через специфику учебной деятельности, требующей продолжительной концентрации внимания, самостоятельности, аккуратности и ответственности за полученный результат.

В основе методики обучения алгебре и началам математического анализа лежит деятельностный принцип обучения.

В структуре учебного курса «Алгебра и начала математического анализа» выделены следующие содержательно-методические линии: «Функции и графики», «Производная и её геометрический смысл», «Исследованию функций с помощью производной», «Первообразная и интеграл», «Комбинаторика», «Элементы теории вероятностей», «Комплексные числа». Все основные содержательно-методические линии изучаются на протяжении двух лет обучения на

уровне среднего общего образования, естественно дополняя друг друга и постепенно насыщаясь новыми темами и разделами. Данный учебный курс является интегративным, поскольку объединяет в себе содержание нескольких математических дисциплин, таких как алгебра, тригонометрия, математический анализ, теория множеств, математическая логика и другие. По мере того как обучающиеся овладевают всё более широким математическим аппаратом, у них последовательно формируется и совершенствуется умение строить математическую модель реальной ситуации, применять знания, полученные при изучении учебного курса, для решения самостоятельно сформулированной математической задачи, а затем интерпретировать свой ответ.

Содержательно-методическая линия «Числа и вычисления» завершает формирование навыков использования действительных чисел, которое было начато на уровне основного общего образования. На уровне среднего общего образования особое внимание уделяется формированию навыков рациональных вычислений, включающих в себя использование различных форм записи числа, умение делать прикидку, выполнять приближённые вычисления, оценивать числовые выражения, работать с математическими константами. Знакомые обучающимся множества натуральных, целых, рациональных и действительных чисел дополняются множеством комплексных чисел. В каждом из этих множеств рассматриваются свойственные ему специфические задачи и операции: деление нацело, оперирование остатками на множестве целых чисел, особые свойства рациональных и иррациональных чисел, арифметические операции, а также извлечение корня натуральной степени на множестве комплексных чисел. Благодаря последовательному расширению круга используемых чисел и знакомству с возможностями их применения для решения различных задач формируется представление о единстве математики как науки и её роли в построении моделей реального мира, широко используются обобщение и конкретизация.

Линия «Уравнения и неравенства» реализуется на протяжении всего обучения на уровне среднего общего образования, поскольку в каждом разделе Программы предусмотрено решение соответствующих задач. В результате обучающиеся овладевают различными методами решения рациональных, иррациональных, показательных, логарифмических и тригонометрических уравнений, неравенств и систем, а также задач, содержащих параметры. Полученные умения широко используются при исследовании функций с помощью производной, при решении прикладных задач и задач на нахождение наибольших и наименьших значений функции. Данная содержательная линия включает в себя также формирование умений выполнять расчёты по формулам, преобразования рациональных, иррациональных и тригонометрических выражений, а также выражений, содержащих степени и логарифмы. Благодаря изучению алгебраического материала происходит дальнейшее развитие алгоритмического и абстрактного мышления обучающихся, формируются навыки дедуктивных рассуждений, работы с символьными формами, представления закономерностей и

зависимостей в виде равенств и неравенств. Алгебра предлагает эффективные инструменты для решения практических и естественно-научных задач, наглядно демонстрирует свои возможности как языка науки.

Содержательно-методическая линия «Функции и графики» тесно переплетается с другими линиями учебного курса, поскольку в каком-то смысле задаёт последовательность изучения материала. Изучение степенной, показательной, логарифмической и тригонометрических функций, их свойств и графиков, использование функций для решения задач из других учебных предметов и реальной жизни тесно связано как с математическим анализом, так и с решением уравнений и неравенств. При этом большое внимание уделяется формированию умения выражать формулами зависимости между различными величинами, исследовать полученные функции, строить их графики. Материал этой содержательной линии нацелен на развитие умений и навыков, позволяющих выражать зависимости между величинами в различной форме: аналитической, графической и словесной. Его изучение способствует развитию алгоритмического мышления, способности к обобщению и конкретизации, использованию аналогий.

Содержательная линия «Начала математического анализа» позволяет существенно расширить круг как математических, так и прикладных задач, доступных обучающимся, так как у них появляется возможность строить графики сложных функций, определять их наибольшие и наименьшие значения, вычислять площади фигур и объёмы тел, находить скорости и ускорения процессов. Данная содержательная линия открывает новые возможности построения математических моделей реальных ситуаций, позволяет находить наилучшее решение в прикладных, в том числе социально-экономических, задачах. Знакомство с основами математического анализа способствует развитию абстрактного, формально-логического и креативного мышления, формированию умений распознавать проявления законов математики в науке, технике и искусстве. Обучающиеся узнают о выдающихся результатах, полученных в ходе развития математики как науки, и об их авторах.

Содержательно-методическая линия «Множества и логика» включает в себя элементы теории множеств и математической логики. Теоретико-множественные представления пронизывают весь курс школьной математики и предлагают наиболее универсальный язык, объединяющий все разделы математики и её приложений, они связывают разные математические дисциплины и их приложения в единое целое. Поэтому важно дать возможность обучающемуся понимать теоретико-множественный язык современной математики и использовать его для выражения своих мыслей. Другим важным признаком математики как науки следует признать свойственную ей строгость обоснований и следование определённым правилам построения доказательств. Знакомство с элементами математической логики способствует развитию логического мышления обучающихся, позволяет им строить свои рассуждения на основе логических правил, формирует навыки критического мышления.

В учебном курсе «Алгебра и начала математического анализа» присутствуют основы математического моделирования, которые призваны способствовать формированию навыков построения моделей реальных ситуаций, исследования этих моделей с помощью аппарата алгебры и математического анализа, интерпретации полученных результатов. Такие задания вплетены в каждый из разделов программы, поскольку весь материал учебного курса широко используется для решения прикладных задач. При решении реальных практических задач обучающиеся развивают наблюдательность, умение находить закономерности, абстрагироваться, использовать аналогию, обобщать и конкретизировать проблему. Деятельность по формированию навыков решения прикладных задач организуется в процессе изучения всех тем учебного курса «Алгебра и начала математического анализа».

На изучение учебного курса «Алгебра и начала математического анализа» отводится *в 11 классе – 136 часов (4 часа в неделю).*

**Содержание обучения**

11 класс

**Функции и графики**

График композиции функций. Геометрические образы уравнений и неравенств на координатной плоскости.

Тригонометрические функции, их свойства и графики.

Графические методы решения уравнений и неравенств. Графические методы решения задач с параметрами.

Использование графиков функций для исследования процессов и зависимостей, которые возникают при решении задач из других учебных предметов и реальной жизни.

**Производная и её геометрический смысл**

Предел последовательности. Непрерывность функции. Определение производной. Правило дифференцирования. Производная степенной функции. Производные элементарных функций. Геометрический смысл производной.

Усвоение геометрического смысла производной и написание уравнения касательной к графику функции в заданной точке является обязательным для всех учащихся.

обучение выявлению непрерывных функций с опорой на определение непрерывности функции;

знакомство с понятием производной функции в точке и её физическим смыслом, формирование начальных умений находить производные элементарных функций на основе определения производной;

овладение правилами дифференцирования суммы, произведения и частного двух функций, вынесения постоянного множителя за знак производной; знакомство с дифференцированием сложных функций и правилам нахождения производной обратной функции; обучение использованию формулы производной степенной функции f (x) = xp для любого действительного p;

формирование умений находить производные элементарных функций;

знакомство с геометрическим смыслом производной обучение составлению уравнений касательной к графику функции в заданной точке.

**Исследованию функций с помощью производной**

показать возможности производной в исследовании свойств функций и построении их графиков;

обучение применению достаточных условий возрастания и убывания к нахождению промежутков монотонности функции;

знакомство с понятиями точек экстремума функции, стационарных и критических точек, с необходимыми и достаточными условиями экстремума функции;

обучение нахождению точек экстремума функции;

обучение нахождению наибольшего и наименьшего значений функции с помощью производной;

знакомство с понятием второй производной функции и её физическим смыслом; с применением второй производной для нахождения интегралов выпуклости и точек перегиба функции;

формирование умения строить графики функций – многочленов с помощью первой производной, с привлечением аппарата второй производной.

**Первообразная и интеграл**

Рассматриваются первообразные конкретных функций и правила нахождения первообразных.

Первообразная. Правила нахождения первообразных. Площадь криволинейной трапеции. Интеграл и его вычисление. Применение интегралов для решения физических задач.

Ознакомление с понятием интегрирования и обучение применению правил интегрирования при нахождении первообразных;

формирование понятия криволинейной трапеции, ознакомление с понятием определенного интеграла, обучение вычислению площади криволинейной трапеции в простейших случаях.

**Комбинаторика**

Содержит основные формулы комбинаторики, применение знаний при выводе формул алгебры, вероятность и статистическая частота наступления события. Правило произведения. Размещения с повторениями. Перестановки. Размещения без повторений. Сочетания без повторений и бином Ньютона.

Составление порядочных множеств (образование перестановок); составление порядочных подмножеств данного множества (образование размещений);доказательство справедливости формул для подсчета числа перестановок с повторениями и числа сочетаний с повторениями, усвоение применения метода математической индукции.

**Элементы теории вероятностей**

В программу включено изучение лишь отдельных элементов теории вероятностей. При этом введению каждого понятия предшествует неформальное объяснение, раскрывающее сущность данного понятия, его происхождение и

реальный смысл. Так вводятся понятия случайных, достоверных и невозможных событий, связанных с некоторым испытанием; определяются и иллюстрируются операции над событиями. Вероятность события. Сложение вероятностей. Вероятность произведения независимых событий.

Сформировать понятие вероятности случайного независимого события. Исследование простейших взаимосвязей между различными событиями, а также нахождению вероятностей видов событий через вероятности других событий. Классическое определение вероятности события с равновозможными элементарными исходами. Понятие геометрической вероятности и статистической вероятности вводились на интуитивном уровне. При изложении материала данного раздела подчеркивается прикладное значение теории вероятностей в различных областях знаний и практической деятельности человека.

Учебная цель – знакомство с различными видами событий, комбинациями событий; введение понятия вероятности события и обучение нахождению вероятности случайного события с очевидными благоприятствующими исходами;

знакомство с теоремой о вероятности суммы двух несовместных событий и её применением, в частности при нахождении вероятности противоположного события; и с теоремой о вероятности суммы двух производных событий;

интуитивное введение понятия независимых событий; обучение нахождению вероятности произведения двух независимых событий.

**Комплексные числа**

Сложение и умножение комплексных чисел. Модуль комплексного числа. Вычитание и деление комплексных чисел. Геометрическая интерпретация комплексного числа. Тригонометрическая форма комплексного числа. Свойства модуля и аргумента. Квадратное уравнение с комплексным неизвестным. Примеры решения алгебраических уравнений. Основные цели — завершение формирования представления о числе; обучение действиям с комплексными числами и демонстрация решений различных уравнений на множестве комплексных чисел.

**Предметные результаты**

К концу обучения **в 11 классе** обучающийся получит следующие предметные результаты по отдельным темам федеральной рабочей программы учебного курса «Алгебра и начала математического анализа»:

**Функции и графики**

Область определения и множество значений тригонометрических функций. Четность, нечетность, периодичность тригонометрических функций. Свойства функции y=cosx и её график .Свойства функции y=sinx и её график. Свойства функции y=tgx и её график. Обратные тригонометрические функции.

Среди тригонометрических формул следует особо выделить те формулы, которые непосредственно относятся к исследованию тригонометрических функций и построению их графиков. Так, формулы sin(-x)=-sin x и cos(-x)=cos x

выражают свойства нечетности и четности функций y=sin x и y=cos x соответственно.

Построение графиков тригонометрических функций проводится с использованием их свойств и начинается с построения графика функции y=cosx.С помощью графиков тригонометрических функций решаются простейшие тригонометрические уравнения и неравенства.

Дополнительно изучаются обратные тригонометрическими функциями, их свойствами и графиками.

**Производная и её геометрический смысл**

Предел последовательности. Непрерывность функции. Определение производной. Правило дифференцирования. Производная степенной функции. Производные элементарных функций. Геометрический смысл производной.

Усвоение геометрического смысла производной и написание уравнения касательной к графику функции в заданной точке является обязательным для всех учащихся.

Знакомство с определением предела числовой последовательности, свойствами сходящихся последовательностей, обучение нахождению пределов последовательностей, доказательству сходимости последовательности к заданному числу;

обучение выявлению непрерывных функций с опорой на определение непрерывности функции;

знакомство с понятием производной функции в точке и её физическим смыслом, формирование начальных умений находить производные элементарных функций на основе определения производной.

Овладение правилами дифференцирования суммы, произведения и частного двух функций, вынесения постоянного множителя за знак производной; знакомство с дифференцированием сложных функций и правилам нахождения производной обратной функции; обучение использованию формулы производной степенной функции f (x) = xp для любого действительного p;

формирование умений находить производные элементарных функций;

знакомство с геометрическим смыслом производной обучение составлению уравнений касательной к графику функции в заданной точке.

**Исследованию функций с помощью производной**

В результате изучения главы «Применение производной к исследованию функций» учащиеся должны знать, какие свойства функции выявляются с помощью производной, уметь строить графики функций, решать задачи на нахождения наибольшего (наименьшего) значения функции данного типа упражнений.

**Первообразная и интеграл**

В результате изучения главы «Первообразная и интеграл» учащиеся должны знать правила нахождения первообразных основных элементарных функций, формулу Ньютона-Лейбница и уметь их применять к вычислению площадей криволинейных трапеций при решении задач данного типа.

**Комбинаторика**

В результате изучения главы «Комбинаторика» учащиеся должны знать, основные формулы комбинаторики, уметь находить вероятность случайных событий в простейших случаях, использовать классическое определение вероятности и применения их при решении задач данного типа.

**Элементы теории вероятностей**

В результате изучения главы «Элементы теории вероятностей» учащиеся должны уметь находить вероятности случайных событий с помощью классического определения вероятности при решении упражнений данного типа, иметь представление о сумме и произведении двух событий, уметь находить вероятность противоположного события, интуитивно определять независимые события и находить вероятность одновременного наступления независимых событий в задачах.

**Комплексные числа**

Рассматриваются четыре арифметических действия с комплексными числами, заданными в алгебраической форме. Вводится понятие комплексной плоскости, на которой иллюстрируется геометрический смысл модуля комплексного числа и модуля разности комплексных чисел. Рассматривается переход от алгебраической к тригонометрической форме записи комплексного числа и обратный переход. Желательно обучить учащихся технических и физико-математических классов возведению в степень комплексного числа, заданного в тригонометрической форме.

**Тематическое планирование**
**11 КЛАСС**

| Название раздела (темы) | Количество часов | Основное содержание раздела (темы) | Основные виды деятельности обучающихся |
|---|---|---|---|
| Повторение | 8 | Степенная функция. Иррациональные уравнения и неравенства.<br>Показательная функция. Показательные уравнения и неравенства.<br>Логарифмическая функция. Логарифмические уравнения и неравенства.<br>Тригонометрические формулы. Решение тригонометрических уравнений и неравенств.<br>Повторительно-обобщающий урок по курсу алгебры 10 класса. | |
| Тригонометрические функции | 18 | Область определения и множество значений тригонометрических функций.<br>Нахождение области определения и множества значений тригонометрических функций.<br>Чётность, нечётность тригонометрических функций.<br>Периодичность тригонометрических функций.<br>Решение задач по теме: «Область определения, множество значений, четность, нечетность и периодичность тригонометрических функций».<br>Функции и ее свойства и графики.<br>Использование свойств функции при решении задач.<br>Решение задач по теме: «Свойства тригоно- | Тригонометрические функции, их свойства и графики, периодичность, основной период.<br>Обратные тригонометрические функции, их свойства и график. |

| | | | |
|---|---|---|---|
| | | метрических функций».<br>Обратные тригонометрические функции<br>Решение задач по теме: «Тригонометрические функции».<br>Повторительно-обобщающий урок по тем: «Тригонометрические функции». | |
| Производная и ее геометрический смысл | 22 | Предел последовательности. Числовые последовательности. Определение предела последовательности.<br>Свойства сходящихся последовательностей.<br>Предел монотонной последовательности.<br>Вычисление пределов последовательностей.<br>Предел функции.<br>Вычисление пределов функций.<br>Непрерывность функции.<br>Определение производной.<br>Нахождение производной линейной функции.<br>Правила дифференцирования.<br>Производная сложной функции.<br>Решение задач по теме: «Правила дифференцирования». Самостоятельная работа по теме «Производная».<br>Производная степенной функции.<br>Решение задач на нахождение производной степенной функции.<br>Производные элементарных функций.<br>Нахождение производных элементарных функций.<br>Решение задач по теме: «производные элементарных функций». Самостоятельная работа по теме «Производная некоторых элементарных функций» | Понятие о пределе последовательности. Существование предела монотонной ограниченной последовательности. Длина окружности и площадь круга как пределы последовательностей. Теоремы о пределах последовательностей. Переход к пределам в неравенствах.<br>Понятие о непрерывности функции. Основные теоремы о непрерывных функциях.<br>Понятие о пределе функции в точке. Поведение функций на бесконечности. Асимптоты.<br>Понятие о производной функции, физический и геометрический смысл производной.<br>Уравнение касательной к графику функции.<br>Производные суммы, разности, произведения и частного. Производные основных элементарных функций. Производные сложной и обратной функций. |

| | | | |
|---|---|---|---|
| | | Угловой коэффициент прямой.<br>Геометрический смысл производной.<br>Уравнение касательной к графику функции.<br>Решение задач по теме: «Геометрический смысл производной». Лабораторная работа по теме «Механический смысл производной»<br>Повторительно-обобщающий урок по теме: «Производная и ее геометрический смысл». | |
| Исследование функций с помощью производной | 16 | Возрастание и убывание функции. Нахождение интервалов возрастания и убывания функции. Решение задач по готовым чертежам. Экстремумы функции. Теорема Ферма.<br>Достаточные условия экстремума. Нахождение наибольшего и наименьшего значения непрерывной функции на отрезке. Наибольшее и наименьшее значения функции. Решение задач по теме: «Экстремумы функции. Наибольшее и наименьшее значения функции». Производная второго порядка.<br>Выпуклость и точки перегиба. Построение графиков функций. Асимптоты. Построение графиков функций по результатам исследования. Решение задач по теме: «Применение производной к исследованию функций». | Строить график композиции функций с помощью элементарного исследования и свойств композиции. Строить геометрические образы уравнений и неравенств на координатной плоскости. Использовать производную для исследования функции на монотонность и экстремумы; находить наибольшее и наименьшее значения функции непрерывной на отрезке; строить графики функций на основании проведённого исследования.<br>Использовать производную для нахождения наилучшего решения в прикладных, в том числе социально-экономических, задачах, для определения скорости и ускорения процесса, заданного формулой или графиком.<br>Получать представление о применении производной в различных отраслях знаний |
| Первообразная и интеграл | 15 | Первообразная, основное свойство первообразных. Первообразные элементарных функций. Правила нахождения первообразных. Интеграл. Геометрический смысл | Оперировать понятиями:<br>первообразная и определённый интеграл.<br>Находить первообразные элементарных функций и вычислять интеграл по формуле |

| | | | |
|---|---|---|---|
| | | интеграла. Вычисление определённого интеграла по формуле Ньютона– Лейбница. Применение интеграла для нахождения площадей плоских фигур и объёмов геометрических тел. Примеры решений дифференциальных уравнений. Математическое моделирование реальных процессов с помощью дифференциальных уравнений | Ньютона– Лейбница.<br>Находить площади плоских фигур и объёмы тел с помощью определённого интеграла. Знакомиться с математическим моделированием на примере дифференциальных уравнений. Получать представление о значении введения понятия интеграла в развитии математики |
| Комбинаторика | 10 | Статистическая обработка данных.<br>Простейшие вероятностные задачи.<br>Сочетания и размещения.<br>Формула бинома Ньютона.<br>Случайные события и их вероятности | Табличное и графическое представление данных. Числовые характеристики рядов данных.<br>Поочередной и одновременный выбор нескольких элементов из конечного множества. Формулы числа перестановок, сочетаний, размещений. Решение комбинаторных задач. Формула бинома Ньютона. Свойства биномиальных коэффициентов. Треугольник Паскаля. |
| Элементы теории вероятности | 14 | Вероятность события.<br>Классическое определение вероятности.<br>Сложение вероятностей.<br>Условная вероятность. Независимые события.<br>Вероятность произведения независимых событий.<br>Формула Бернулли.<br>Повторительно-обобщающий урок по теме: «Элементы теории вероятности». | Элементарные и сложные события. Рассмотрение случаев и вероятность суммы несовместных событий, вероятность противоположного события. Понятие о независимости событий. Вероятность и статистическая частота наступления события. |
| Комплексные числа | 13 | Комплексные числа. Алгебраическая и тригонометрическая формы записи комплексного числа. Арифметические опера- | Оперировать понятиями: комплексное число и множество комплексных чисел. |

| | | | |
|---|---|---|---|
| | | ции с комплексными числами. Изображение комплексных чисел на координатной плоскости. Формула Муавра. Корни *n*-ой степени из комплексного числа. Применение комплексных чисел для решения физических и геометрических задач | Представлять комплексные числа в алгебраической и тригонометрической форме. Выполнять арифметические операции с ними.<br>Изображать комплексные числа на координатной плоскости. Применять формулу Муавра и получать представление о корнях *n*-ой степени из комплексного числа. *З*накомиться с примерами применения комплексных чисел для решения геометрических и физических задач |
| Повторение, обобщение, систематизация знаний | 26 | Основные понятия и методы курса, обобщение и систематизация знаний | Моделировать реальные ситуации на языке алгебры, составлять выражения, уравнения, неравенства и их системы по условию задачи, исследовать построенные модели с использованием аппарата алгебры, интерпретировать полученный результат.<br>Применять функции<br>для моделирования и исследования реальных процессов. Решать прикладные задачи, в том числе социальноэкономического и физического характера, средствами алгебры и математического анализа |
| ОБЩЕЕ КОЛИЧЕСТВО ЧАСОВ ПО ПРОГРАММЕ | 136 | | |

# РАБОЧАЯ ПРОГРАММА УЧЕБНОГО КУРСА «ГЕОМЕТРИЯ»

**Пояснительная записка**

Геометрия является одним из базовых курсов на уровне среднего общего образования, так как обеспечивает возможность изучения дисциплин естественно-научной направленности и предметов гуманитарного цикла. Поскольку логическое мышление, формируемое при изучении обучающимися понятийных основ геометрии, при доказательстве теорем и построении цепочки логических утверждений при решении геометрических задач, умение выдвигать и опровергать гипотезы непосредственно используются при решении задач естественно-научного цикла, в частности физических задач.

Цель освоения программы учебного курса «Геометрия» на углублённом уровне – развитие индивидуальных способностей обучающихся при изучении геометрии, как составляющей предметной области «Математика и информатика» через обеспечение возможности приобретения и использования более глубоких геометрических знаний и действий, специфичных геометрии, и необходимых для успешного профессионального образования, связанного с использованием математики.

Приоритетными задачами курса геометрии на углублённом уровне, расширяющими и усиливающими курс базового уровня, являются:

расширение представления о геометрии как части мировой культуры и формирование осознания взаимосвязи геометрии с окружающим миром;

формирование представления о пространственных фигурах как о важнейших математических моделях, позволяющих описывать и изучать разные явления окружающего мира, знание понятийного аппарата по разделу «Стереометрия» учебного курса геометрии;

формирование умения владеть основными понятиями о пространственных фигурах и их основными свойствами, знание теорем, формул и умение их применять, умения доказывать теоремы и находить нестандартные способы решения задач;

формирование умения распознавать на чертежах, моделях и в реальном мире многогранники и тела вращения, конструировать геометрические модели;

формирование понимания возможности аксиоматического построения математических теорий, формирование понимания роли аксиоматики при проведении рассуждений;

формирование умения владеть методами доказательств и алгоритмов решения, умения их применять, проводить доказательные рассуждения в ходе решения стереометрических задач и задач с практическим содержанием, формирование представления о необходимости доказательств при обосновании математических утверждений и роли аксиоматики в проведении дедуктивных рассуждений;

развитие и совершенствование интеллектуальных и творческих способностей обучающихся, познавательной активности, исследовательских умений, критичности мышления, интереса к изучению геометрии;

формирование функциональной грамотности, релевантной геометрии: умения распознавать проявления геометрических понятий, объектов и закономерностей в реальных жизненных ситуациях и при изучении других учебных предметов, проявления зависимостей и закономерностей, моделирования реальных ситуаций, исследования построенных моделей, интерпретации полученных результатов.

Основными содержательными линиями учебного курса «Геометрия» в 10–11 классах являются: «Прямые и плоскости в пространстве», «Многогранники», «Тела вращения», «Векторы и координаты в пространстве», «Движения в пространстве».

Сформулированное в ФГОС СОО требование «уметь оперировать понятиями», релевантных геометрии на углублённом уровне обучения в 10–11 классах, относится ко всем содержательным линиям учебного курса, а формирование логических умений распределяется не только по содержательным линиям, но и по годам обучения. Содержание образования, соответствующее предметным результатам освоения Федеральной рабочей программы, распределённым по годам обучения, структурировано таким образом, чтобы ко всем основным, принципиальным вопросам обучающиеся обращались неоднократно. Это позволяет организовать овладение геометрическими понятиями и навыками последовательно и поступательно, с соблюдением принципа преемственности, а новые знания включать в общую систему геометрических представлений обучающихся, расширяя и углубляя её, образуя прочные множественные связи.

Переход к изучению геометрии на углублённом уровне позволяет: создать условия для дифференциации обучения, построения индивидуальных образовательных программ, обеспечить углублённое изучение геометрии как составляющей учебного предмета «Математика»; подготовить обучающихся к продолжению изучения математики с учётом выбора будущей профессии, обеспечивая преемственность между общим и профессиональным образованием.

На изучение учебного курса «Геометрия» на углубленном уровне отводится *в 11 классе – 102 часа (3 часа в неделю).*

**Содержание обучения**

**11 класс**

**Тела вращения**

Понятия: цилиндрическая поверхность, коническая поверхность, сферическая поверхность, образующие поверхностей. Тела вращения: цилиндр, конус, усечённый конус, сфера, шар. Взаимное расположение сферы и плоскости, касательная плоскость к сфере. Изображение тел вращения на плоскости. Развёртка цилиндра и конуса. Симметрия сферы и шара.

Комбинации тел вращения и многогранников. Призма, вписанная в цилиндр, описанная около цилиндра. Пересечение сферы и шара с плоскостью. Касание шара и сферы плоскостью. Понятие многогранника, описанного около сферы, сферы, вписанной в многогранник или тело вращения.

Площадь поверхности цилиндра, конуса, площадь сферы и её частей. Подобие в пространстве. Отношение объёмов, площадей поверхностей подобных фи-

гур. Преобразование подобия, гомотетия. Решение задач на плоскости с использованием стереометрических методов.

Построение сечений многогранников и тел вращения: сечения цилиндра (параллельно и перпендикулярно оси), сечения конуса (параллельное основанию и проходящее через вершину), сечения шара, методы построения сечений: метод следов, метод внутреннего проектирования, метод переноса секущей плоскости.

**Объем тел**

Объём. Основные свойства объёмов тел. Теорема об объёме прямоугольного параллелепипеда и следствия из неё. Объём прямой и наклонной призмы, цилиндра, пирамиды и конуса. Объём шара и шарового сегмента.

**Движения в пространстве**

Движения пространства. Отображения. Движения и равенство фигур. Общие свойства движений. Виды движений: параллельный перенос, центральная симметрия, зеркальная симметрия, поворот вокруг прямой. Преобразования подобия. Прямая и сфера Эйлера.

**Предметные результаты**

К концу **11 класса** обучающийся научится:

свободно оперировать понятиями, связанными с цилиндрической, конической и сферической поверхностями, объяснять способы получения;

оперировать понятиями, связанными с телами вращения: цилиндром, конусом, сферой и шаром;

распознавать тела вращения (цилиндр, конус, сфера и шар) и объяснять способы получения тел вращения;

классифицировать взаимное расположение сферы и плоскости;

вычислять величины элементов многогранников и тел вращения, объёмы и площади поверхностей многогранников и тел вращения, геометрических тел с применением формул;

свободно оперировать понятиями, связанными с комбинациями тел вращения и многогранников: многогранник, вписанный в сферу и описанный около сферы, сфера, вписанная в многогранник или тело вращения;

вычислять соотношения между площадями поверхностей и объёмами подобных тел; изображать изучаемые фигуры, выполнять (выносные) плоские чертежи из рисунков простых объёмных фигур: вид сверху, сбоку, снизу, строить сечения тел вращения;

извлекать, интерпретировать и преобразовывать информацию о пространственных геометрических фигурах, представленную на чертежах и рисунках;

свободно оперировать понятием вектор в пространстве; выполнять операции над векторами;

задавать плоскость уравнением в декартовой системе координат;

решать геометрические задачи на вычисление углов между прямыми и плоскостями, вычисление расстояний от точки до плоскости, в целом, на применение векторно-координатного метода при решении;

свободно оперировать понятиями, связанными с движением в пространстве, знать свойства движений;

выполнять изображения многогранником и тел вращения при параллельном переносе, центральной симметрии, зеркальной симметрии, при повороте вокруг прямой, преобразования подобия;

строить сечения многогранников и тел вращения: сечения цилиндра (параллельно и перпендикулярно оси), сечения конуса (параллельное основанию и проходящее через вершину), сечения шара;

использовать методы построения сечений: метод следов, метод внутреннего проектирования, метод переноса секущей плоскости;

доказывать геометрические утверждения;

применять геометрические факты для решения стереометрических задач, предполагающих несколько шагов решения, если условия применения заданы в явной и неявной форме;

решать задачи на доказательство математических отношений и нахождение геометрических величин;

применять программные средства и электронно-коммуникационные системы при решении стереометрических задач;

применять полученные знания на практике: сравнивать, анализировать и оценивать реальные ситуации, применять изученные понятия, теоремы, свойства в процессе поиска решения математически сформулированной проблемы, моделировать реальные ситуации на языке геометрии, исследовать построенные модели с использованием геометрических понятий и теорем, аппарата алгебры, решать практические задачи, связанные с нахождением геометрических величин;

иметь представления об основных этапах развития геометрии как составной части фундамента развития технологий.

**Тематическое планирование**
**11 КЛАСС**

| Название раздела (темы) курса | Количество часов | Основное содержание | Основные виды деятельности учащихся |
|---|---|---|---|
| Повторение, обобщение и систематизация знаний | 4 | Сечения многогранников:<br>стандартные многогранники, метод следов, стандартные плоскости, пересечения прямых и плоскостей. Параллельные прямые и плоскости:<br>параллельные сечения, расчёт отношений, углы между скрещивающимися прямыми. Перпендикулярные прямые и плоскости: стандартные пары перпендикулярных плоскостей и прямых, симметрии многогранников, теорема о трёх перпендикулярах, вычисления длин в многогранниках. Повторение: площади многоугольников, формулы для площадей, соображения подобия.<br>Площади сечений многогранников: площади поверхностей, разрезания на части, соображения подобия | Строить сечения.<br>Решать стереометрические задачи на доказательство математических отношений, нахождение геометрических величин (длин, углов, площадей, объёмов). Использовать при решении стереометрических задач планиметрические факты и методы. Проводить логически корректные доказательные рассуждения при решении стереометрических задач. Сравнивать и анализировать реальные ситуации и выявлять возможность её моделирования на языке геометрии. Моделировать реальную ситуацию на языке геометрии и исследовать построенные модели, в том числе и с использованием аппарата алгебры. Использовать компьютерные программы при решении задач |
| Тела вращения | 23 | Цилиндрическая поверхность, образующие цилиндрической поверхности. Цилиндр. Прямой круговой цилиндр. Площадь поверхности цилиндра.<br>Коническая поверхность, образующие конической поверхности. Конус. Сечение конуса плоскостью, параллельной плоскости основания. Усечённый конус. Изображение конусов и усечённых конусов. Площадь боковой поверхности и полной поверхности конуса. Стереометрические задачи на доказательство и вычисление, | Свободно оперировать понятиями: цилиндрическая поверхность, цилиндр. Изучать способы получения цилиндрической поверхности, цилиндра.<br>Изображать цилиндр и его сечения плоскостью.<br>Свободно оперировать понятиями: коническая поверхность, конус, усечённый конус. Изучать способы получения конической поверхности, конуса.<br>Изображать конус и его сечения плоскостью, проходящей через ось, и плоскостью, |

| | | | |
|---|---|---|---|
| | | построением сечений цилиндра, конуса.<br>Прикладные задачи, связанные с цилиндром.<br>Сфера и шар.<br>Пересечение сферы и шара с плоскостью. Касание шара и сферы плоскостью. Вид и изображение шара.<br>Уравнение сферы. Площадь сферы и её частей.<br>Симметрия сферы и шара. Стереометрические задачи на доказательство и вычисление, связанные со сферой и шаром, построением их сечений плоскостью.<br>Прикладные задачи, связанные со сферой и шаром. Повторение: окружность на плоскости, вычисления в окружности, стандартные подобия.<br>Различные комбинации тел вращения и многогранников. Задачи по теме «Тела и поверхности вращения» | перпендикулярной к оси.<br>Выводить формулы для вычисления боковой и полной поверхностей тел вращения. Решать<br>стереометрические задачи, связанные с телами вращения, нахождением площади боковой и полной поверхности, построением сечений. Использовать при решении задач планиметрические факты и методы. Сравнивать и анализировать утверждения с целью выявления логически корректных и некорректных рассуждений. Анализировать и моделировать на языке геометрии реальные ситуации, связанные с конусом и цилиндром.<br>Исследовать построенные модели, в том числе и с использованием аппарата алгебры<br>Актуализировать факты и методы планиметрии, релевантные теме, проводить аналогии.<br>Свободно оперировать понятиями: сфера и шар, центр, радиус, диаметр сферы и шара.<br>Исследовать взаимное расположение сферы и плоскости.<br>Формулировать определение касательной плоскости к сфере. Доказывать теоремы о свойстве и признаке касательной плоскости.<br>Выводить формулу для вычисления площади сферы через радиус сферы. Решать стереометрические задачи, связанные со сферой и шаром, нахождением площади сферы и её частей, построением сечений сферы и шара. Анализировать и моделировать на языке геометрии реальные ситуации, связанные с шаром и сферой. |

| | | | |
|---|---|---|---|
| | | | Решать простые задачи, в которых фигурируют комбинации тел вращения и многогранников. Использовать при решении задач, связанных со сферой и шаром, планиметрические факты и методы. Решать стереометрические задачи, связанные с телами вращения, построением сечений тел вращения, с комбинациями тел вращения и многогранников.<br>Проводить логически корректные доказательные рассуждения при решении геометрических задач, связанных с перпендикулярностью плоскостей.<br>Анализировать и моделировать на языке геометрии реальные ситуации, связанные с многогранниками. Исследовать построенные модели, в том числе и с использованием аппарата алгебры |
| Площади поверхности и объёмы круглых тел | 33 | Объём цилиндра. Теорема об объёме прямого цилиндра. Площади боковой и полной поверхности цилиндра. Вычисление объёмов тел с помощью определённого интеграла. Объём конуса.<br>Площади боковой и полной поверхности конуса. Стереометрические задачи, связанные с вычислением объёмов цилиндра, конуса.<br>Прикладные задачи по теме «Объёмы и площади поверхностей тел. Объём шара и шарового сектора. Теорема об объёме шара. Площадь сферы.<br>Стереометрические задачи, связанные с вычислением объёмов шара, шарового сегмента, шарового сектора. | Свободно оперировать понятиями: объём тела, площадь поверхности. Формулировать основные свойства объёмов.<br>Доказывать теоремы: об объёме цилиндра; об объёме конуса. Выводить формулы для вычисления объёма усечённого конуса.<br>Исследовать построенные модели, в том числе и с использованием аппарата алгебры.<br>Знать возможности решения задач на построение циркулем и линейкой, о классических неразрешимых задачах.<br>Свободно оперировать понятиями: шаровой сегмент, шаровой слой, шаровой сектор, основание и высота сегмента, основание и высота шарового слоя. |

| | | | |
|---|---|---|---|
| | | Прикладные задачи по теме «Объёмы тел», связанные с объёмом шара и площадью сферы. Соотношения между площадями поверхностей и объёмами подобных тел. Подобные тела в пространстве.<br>Изменение объёма при подобии. Стереометрические задачи, связанные с вычислением объёмов тел и площадей поверхностей | Выводить формулы для нахождения объёмов шарового сегмента, шарового сектора, площади сферы. Доказывать теорему об объёме шара. Решать стереометрические задачи, связанные с объёмом шара, шарового сегмента, шарового сектора, площадью сферы.<br>Сравнивать и анализировать утверждения с целью выявления логически корректных и некорректных рассуждений. Анализировать и моделировать на языке геометрии реальные ситуации, связанные с объёмом шара, шарового сегмента, шарового сегмента, площадью сферы. Свободно оперировать понятием: подобные тела в пространстве. Вычислять объёмы тел с помощью определённого интеграла.<br>Решать стереометрические задачи, связанные с соотношениями между площадями поверхностей и объёмами подобных тел.<br>Проводить логически корректные доказательные рассуждения при решении геометрических задач, связанных с вычислением объёмов тел с помощью определённого интеграла, нахождением соотношения между площадями поверхностей и объёмами подобных тел.<br>Анализировать и моделировать на языке геометрии реальные ситуации, связанные с объёмами и поверхностями тел,<br>на доказательство и на нахождение геометрических величин |

| | | | |
|---|---|---|---|
| Метод координат в пространстве. Движения | 20 | Движения пространства. Отображения. Движения и равенство фигур. Общие свойства движений. Виды движений: параллельный перенос, центральная симметрия, зеркальная симметрия, поворот вокруг прямой.<br>Преобразования подобия. Прямая и сфера Эйлера.<br>Геометрические задачи на применение движения | Применять правила выполнения действий сложения и вычитания векторов, умножения вектора на число при решении задач. Находить координаты вектора в данном базисе и строить вектор по его координатам.<br>Вспомнить определение скалярного умножения и его свойства. Вычислять с помощью скалярного умножения длины векторов, углы между ними, устанавливать перпендикулярность векторов. Анализировать и моделировать на языке геометрии реальные ситуации, связанные с физическими векторными величинами. Использовать при решении задач, связанных с векторами в пространстве, планиметрические факты и методы.<br>Свободно оперировать понятиями: отображение пространства на себя, движение пространства; центральная, осевая и зеркальная симметрии, параллельный перенос; равенство и подобие фигур.<br>Доказывать утверждения о том, что центральная, осевая и зеркальная симметрии, параллельный перенос являются движениями. Выполнять преобразования подобия.<br>Оперировать понятиями: прямая и сфера Эйлера.<br>Решать геометрические задачи с использованием движений. Использовать при решении задач движения пространства и их свойства |

| | | | |
|---|---|---|---|
| Повторение, обобщение и систематизация знаний | 22 | Обобщающее повторение понятий и методов курса геометрии 10–11 классов, систематизация знаний.<br>История развития стереометрии как науки и её роль в развитии современных инженерных и компьютерных технологий | Решать стереометрические задачи на доказательство математических отношений, нахождение геометрических величин (длин, углов, площадей, объёмов). Использовать при решении стереометрических задач планиметрические факты и методы. Проводить логически корректные доказательные рассуждения при решении стереометрических и планиметрических задач. Сравнивать и анализировать реальные ситуации и выявлять возможность её моделирования на языке геометрии.<br>Моделировать реальную ситуацию на языке геометрии и исследовать построенные модели, в том числе и с использованием аппарата алгебры.<br>Использовать компьютерные программы при решении задач. Получать представление о геометрии как о развивающейся науке, исследующей окружающий мир, связанной с реальными объектами, помогающей решить реальные жизненные ситуации о роли стереометрии в развитии современных инженерных и компьютерных технологий |
| ОБЩЕЕ КОЛИЧЕСТВО ЧАСОВ ПО ПРОГРАММЕ | 102 | | |