**Муниципальное общеобразовательное учреждение**

**«Лямбирская средняя общеобразовательная школа №1»**

**Изучение признаков**

**делимости чисел**

**Автор работы:**

**Потапкина Дарья, ученица 6А класса МОУ «Лямбирская средняя общеобразовательная школа №1» Лямбирского муниципального района**

**Руководитель работы:**

**Фетхуллова Эльвира Абуевна, учитель математики высшей квалификационной категории**

**Саранск 2018год**

**Муниципальное общеобразовательное учреждение**

**«Лямбирская средняя общеобразовательная школа №1»**

**Директор школы :** **Мензуллин Юнир Бясырович**

Почтовый адрес школы: индекс 431510, Республика Мордовия,

 Лямбирский район, село Лямбирь,

 улица Ленина, дом 4

Телефон школы: 2-13-30 , 2-12-65

**Автор работы:** **Потапкина Дарья Александровна**

 Почтовый адрес автора: индекс 431510, Республика Мордовия,

 Лямбирский район, село Лямбирь,

 улица Гражданская, дом 20, кв.22

**Руководитель работы:**  **Фетхуллова Эльвира Абуевна**

Место работы: МОУ «Лямбирская средняя общеобразовательная

 школа №1», учитель математики

**Содержание**

**1. Вводная часть. Делимость-главное свойство теории чисел.\_\_4**

**2. Классификация признаков делимости. \_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_5**

**3. Методы построения признаков делимости чисел.**

* **Признаки делимости по последним цифрам чисел\_\_\_\_\_\_5**

*- признаки делимости на 2,5,10,100,1000,*

*- признаки делимости на 4,8,25,125*

* **Признаки делимости по сумме цифр чисел \_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_6**

- **метод Паскаля. \_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_6**

*- признаки делимости на 3 и 9*

*- признаки делимости на 11*

- **метод сравнений. \_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_8**

- *признаки делимости на 37*

- **метод построения признаков делимости**

**по малой теореме Ферма. \_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_9**

- *признаки делимости на 17 и 19*

*-* **метод разложения на множители. \_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_10**

*- признаки делимости на 7 и 13*

*- признаки делимости на 73 и 137*

* **Признаки делимости составных чисел. \_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_11**

***-*** *признаки делимости на 6, 14, 33*

**4. Применения признаков делимости в числовых фокусах.\_\_\_\_\_11**

**5. Выводы и заключение.\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_11**

**6. Словарь терминов \_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_12**

**7. Список литературы \_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_13**

**Введение**

В начале 6 класса мы изучили тему «Признаки делимости чисел на 2, 3, 5, 9, 10». В процессе учебы я заинтересовалась этим материалом. Хотелось узнать, нет ли признаков делимости на другие числа. Оказывается, существуют очень интересные признаки делимости на 4. 7, 8, 11, 13, 17, 19, 25, 37, 73, 125, 137 и на составные числа. Я даже смогла заинтересовать своих одноклассниц в применении признаков делимости в числовых фокусах. Разрешение этого вопроса вылилось в эту работу.

Хочу предложить вашему вниманию свою работу на тему **«Изучение признаков делимости чисел»** и поделиться своими умениями и находками. Моя работа применима для разных групп школьников, что достигается обобщенностью включенных в неё знаний.

***Объект исследования:* Признаки делимости**

***Предмет исследования:* Делимость чисел**

***Цель работы:*** исследовать новые признаки делимости натуральных чисел

***Задачи:***

 *Образовательные:*

*-*изучить признаки делимости натуральных чисел;

- знать понятие признаков делимости;

- классифицировать признаки делимости;

- определить общие признаки делимости чисел по составленным классификациям;

- составить рекомендации по применению признаков делимости;

- показать применение признаков делимости в числовых фокусах.

*Воспитательные:*

- формировать мировоззрение, стремление к познанию и совершенствованию;

- воспитание нравственного отношения к роли математики;

 - воспитывать интерес к предмету.

 *Развивающие:*

 - способствовать общекультурному развитию личности;

- развить и выработать прочные умения и навыки использования изученного материала;

- развитие речи, мышления и способности наблюдать и делать выводы.

***Гипотеза*:** Если знать классификацию признаков делимости чисел, то можно определять делимость любых многозначных чисел на 4. 7, 8, 11, 13, 17, 19, 25, 37, 73, 125, 137 и на составные числа.

***Сроки исследования*:** 1 год

***Место исследования*:** библиотека, кабинет математики

**Классификация признаков делимости.**

Теория чисел – раздел математики, в котором изучаются свойства чисел. Основной объект теории чисел – натуральные числа. Главное их свойство, которое рассматривает теория чисел, это делимость.

 Признаки делимости чисел можно классифицировать следующим образом:

Делимость

по последним цифрам числа

Делимость

по сумме

цифр числа

Делимость составных

чисел

Признаки делимости

* **Признаки делимости по последним цифрам чисел.**

Рассмотрим **методы построения признаков делимости по последним цифрам натуральных чисел:**

 ***Если число , делится на какое–либо натуральное число, то и число , делится на это число.***

***Признак делимости на 2.*** Число делится на 2, если его последняя цифра - ноль или делится на 2.

10 делится на 2,значит и 100,1000,.. делятся на 2. Тогда число делится на 2, если его последняя цифра - ноль или делится на 2.

***Признак делимости на 10*.** Число делится на 10, если его последняя цифра - ноль.

10 делится на 10, значит и 100, 1000,… делятся на 10. Получается, число делится на 10, если его последняя цифра – ноль.

Аналогично доказываются следующие признаки делимости.

***Признак делимости на 5.*** Число делится на 5, если оно оканчивается на цифры 0 и 5.

***Признак делимости на 100*.** Число делится на 100, если две его последние цифры – нули.

***Признак делимости на 1000*.** Число делится на 1000, если три его последние цифры – нули.

***Признак делимости на 4.*** Число делится на 4, если *две* его *последние* *цифры* - нули или образуют число, которое делится на 4.

**Доказательство:**

100, 1000, 10 000,…- все эти числа делятся на 4 без остатка. Значит,число делится на 4, если *две* его *последние* *цифры* - нули или образуют число, которое делится на 4.

***Признак делимости на 8.*** Число делится на 8, если *три* его *последние* *цифры* - нули или образуют число, которое делится на 8.

**Доказательство:**

1000, 10 000,…- все эти числа делятся на 8 без остатка. Значит,число делится на 8, если *три* его *последние* *цифры* - нули или образуют число, которое делится на 8.

***Признак делимости на 25.*** Число делится на 25, если *две* его *последние* *цифры* - нули или образуют число, которое делится на 25.

**Доказательство:**

100, 1000, 10 000,…- все эти числа делятся на 25 без остатка. Значит,число делится на 25, если *две* его *последние* *цифры* - нули или образуют число, которое делится на 25.

***Признак делимости на 125.***

**Доказательство:**

1000, 10 000, 100 000,…-все эти числа делятся на 125 без остатка. Значит, число делится на 125, если три его последние цифры нули или образуют число, которое делится на 125.

* **Признаки делимости чисел по сумме цифр чисел.**

Для построения таких признаков делимости нам необходим **анализ остатков** при делении чисел вида ***,*** на данное число.

 **Метод Паскаля.** Оно обосновано на признаке Паскаля**.**

**Блез Паскаль** (родился в 1623 году) - один из самых знаменитых людей в истории человечества. Паскальумер, когда ему было 39 лет, но, несмотря на столь короткую жизнь, вошел в историю как выдающийся математик, физик, философ и писатель. Его именем названы единица давления (паскаль) и весьма популярный сегодня язык программирования.

 Но научные интересы Блеза Паскаля не ограничивались созданием калькулятора: он нашёл общий **алгоритм для нахождения признаков** **делимости любого целого числа на любое другое целое число**, способ вычисления биномиальных коэффициентов, сформулировал ряд основных положений элементарной теории вероятностей.

**Признак Паскаля.**

***Если сумма остатков при делении числа  по разрядам на число  делится на , то и число  делится на .***

***Признаки делимости на 3 и 9.***

Число делится на 3, если его *сумма цифр* делится на 3. Число делится на 9, если его *сумма цифр* делится на 9.

**Доказательство:**

**1, 10, 100, 1000, ...** при делении на **3, на 9**  дают в остатке единицу.

Значит, число делится на 3, если его *сумма цифр* делится на 3. Число делится на 9, если его *сумма цифр* делится на 9.

**Пример.** Проверить по признаку Паскаля делимость числа 31728 на 3
 Решение.

 31728- натуральное число
 01122 – остатки при делении разрядов на 3
 0+1+1+2+2=6, 6 3, значит 31728 3

***Признак делимости на 11.***На 11 делятся только те числа, у которых *сумма цифр*, стоящих на *нечётных местах*, либо равна сумме цифр, стоящих на *чётных местах*, либо отличается от неё на число, делящееся на 11.

**Доказательство:**

 10=11-1, недостаток 1;

100=11·9+1, избыток 1;

1000=11·91-1;

10 000=11·909+1,

100 000=11·9091-1,

1000 000= 11·90909+1.

Надо найти сумму всех остатков по разрядам числа.

Значит, на 11 делятся только те числа, у которых *сумма цифр*, стоящих на *нечётных местах*, либо равна сумме цифр, стоящих на *чётных местах*, либо отличается от неё на число, делящееся на 11.

**Пример.** Делится ли число 865 948 732 на 11?

 8+5+4+7+2=26;

 6+9+8+3=26; 26-26=0

Можно получить еще один признак делимости на 11.

***Признак делимости на 11.*** Если сумма, составленная при разбивании числа справа налево на группы по две цифры, делится на 11, то и число делится на 11.

**Доказательство:**

100=11·9+1, избыток в 1;

10 000=11·909+1,

1000 000= 11·90909+1.

Число делится на 11, если сумма, составленная при разбивании числа справа налево на группы по две цифры, делится на 11.

**Пример.** 2 37 84 95 68.

 2+37+84+95+68=286.

 2+86=8811

Развитие этой идеи построения делимости привело к понятию «сравнения» в математике.

**Метод сравнений.**

Два целых числа, разность которых кратна данному натуральному числу m, называются **сравнимыми** по модулю m.

Утверждение «» обычно записывают  и называют **сравнениями.**

Например:  есть разность (5-1) кратна 2.

Построим признаки делимости по методу сравнений.

Построение признаков делимости по методу сравнений обосновано на делении с остатком чисел вида ****** на заданное число и анализе сумм остатков.

***Признак делимости на 3, на 9.***

Любое число можно представить  Так как , Поэтому . Значит,  делится на 3 в том, и только в том, случае, если сумма его цифр делится на 3.

Аналогично доказывается признак делимости на 9.

***Признак делимости на 37.***

Если разбить десятичную запись числа справа налево на группы по 3 цифры, сложить эти числа и сумма их делится на 37, то и число делится на 37.

Такой способ построения признаков делимости оказался очень громоздким, требует больших математических расчетов.

 **Пример.** Выяснить, делится ли число 9 403 032 на 37

9 403 032 , 9+403+32=444, 444  37 , значит 9 403 032  37

 **Метод построения признаков делимости по малой теореме Ферма.**

Больше всего французского математика **Пьера Ферма** прославили его работы по теории чисел. И именно с работ Ферма началась новая математическая наука – теория чисел. «Меня озарило ярким светом» - писал Ферма, впервые сообщив о своем открытии в письме.

В самом деле, эта его теорема стала одним из самых фундаментальных фактов в теории делимости натуральных чисел.

**Малая теорема Ферма.**

**Если p-простое число, - натуральное число, не делящееся на p. То  при делении на p дает остаток 1.**

***Признак делимости на 17.*** Так как 17-число простое, 10 – натуральное, не делящееся на 17, то число  при делении на 17 дает остаток 1.

Проверим и число . Оно при делении на 17 дает недостачу в 1. Значит, число делится на 17, если разбить его десятичную запись справа налево на группы по 8 цифры в каждой и взять группы с нечетными номерами со знаком минус, с нечетными номерами со знаком плюс, и значение выражения будет делиться на 17, то и число делится на 17.

***Признак делимости на 19.*** 19- простое, 10-натуральное число, не делящееся на 19. то число  при делении на 19 дает остаток 1, а число  дает недостачу в 1. В этом случае число надо разбить в группы справа налево по 9 цифр.

Заметим, в некоторых случаях необходимо проверить и меньшие степени.

Например, 11 – простое число. Тогда  дает при делении на 11 остаток 1. Но и 100 делится на 11 с остатком равным 1. Здесь уже лучше разбит число в группы по две цифры, что упрощает проверку делимости на 11.

Каково бы не было простое число p, отличное от 2 и 5, всегда можно указать число. Составленное из одних девяток – 999…00, - что оно будет делиться на p. Так на 3 делится 9, на 7 – 999 999, на 11 – 99, на 13 – 999 999. Чтобы получить число, делящееся на 17, придется взять 16 девяток и т.д. Это все использование малой теоремы Ферма.

**Метод разложения на множители.**

***Признаки делимости на 7 и на 13.***

Если разбить десятичную запись числа справа налево на группы по 3 цифры и взять группы с нечетными номерами со знаком минус, а с четными со знаком плюс и значение выражения делится на 7 или на 13, то и число делится на 7 или на 13.

**Доказательство:**

 Заметим, что **7·11·13=1001.**

Но 1000=1001-1,

1000 000= 1001·999+1,

1 000 000 000 =1001·999 001-1 и т.д.

 Значит, если разбить десятичную запись числа справа налево на группы по 3 цифры и взять группы с нечетными номерами со знаком минус, а с четными со знаком плюс и значение выражения делится на 7 или на 13, то и число делится на 7 или на 13.

**Пример.** Выяснить, делится ли число 17 834 852 на 7

17 834 852 , 834-17-852=-35, -35  7 , значит 17 834 852  7

 3 2 1

***Признаки делимости на 73 и на 137.***

Если разбить десятичную запись числа справа налево на группы по 4 цифры и взять группы с нечетными номерами со знаком минус, а с четными со знаком плюс и значение выражения делится на 73 или на 137, то и число делится на 73 или на 137

**Доказательство:** Заметим, что **73·137=10 001**.

Но 10 000=10 001-1,

100 000 000=10 001·999+1.

1000 000 000 000= 10 001·999 001-1. и т. д.

Значит, если разбить десятичную запись числа справа налево на группы по 4 цифры и взять группы с нечетными номерами со знаком минус, а с четными со знаком плюс и значение выражения делится на 73 или на 137, то и число делится на 73 или на 137.

**Пример.** Выяснить, делится ли число 31 783 352 на 137

31 783 352, 3178-3352=-174, -174 не делится на 137,

 2 1 значит 31 783 352 не делится на 137

* **Признаки делимости составных чисел.**

Признаки делимости составных чисел строятся на признаках делимости простых чисел, на которые можно разложить любое составное число.

 ***Признак делимости на 6.*** Число делится на 6, если оно делится на 2 и на  ***Признак делимости на 14.***Число делится на 14, если оно делится и на 2, и на 7.

В некоторых случаях для составных чисел можно получить признак делимости с использованием вышеперечисленных методов. Например:

***Признак делимости на 33.*** Метод сравнений.

 Если сумма, составленная при разбивании числа справа налево на группы по две цифры, делится на 33, то и число делится на 33.

 **Признаки делимости применяются в различных числовых фокусах:**

1) Признак делимости на 7, 11, 13 используется при следующем числовом фокусе. Предложить друзьям загадать трехзначное число и приписать к нему его же еще раз. Попросить их разделить полученное шестизначное число на 7. Это число нацело разделится на 7. Затем предложит полученное

число разделить на 11, а результат – на 13.

К удивлению друзей, они получат в результате загаданное им число.

Пример.

2) Можно так же использовать признак делимости на 73 и 137. Предложить друзьям загадать четырехзначное число и приписать к нему его же еще раз. Попросить их разделить полученное десятизначное число на 137. Затем предложить полученное число разделить на 73. К удивлению друзей, получится в результате загаданное им число.

**Выводы и заключения:** *Зная методы исследований признаков делимости натуральных чисел можно сформулировать признаки делимости любых натуральных чисел.*

Признаки делимости часто используются при решении олимпиадных задач, при нахождении общего знаменателя дробей, в алгебре – при решении уравнений в целых числах (диофантовы уравнения).

Чем особенна и ценна теория чисел? Ведь найти непосредственное применение результатам трудно. Тем не менее, задачи теории чисел привлекают как пытливых молодых людей, так и ученых в течение многих столетий. В чем же здесь дело? Прежде всего, эти задачи очень интересны и красивы. Во все времена человека поражало, что на простые вопросы о числах так трудно найти ответ. Поиски этих ответов часто приводили к открытиям, значение которых далеко превосходит рамки теории чисел.

**Словарь терминов**

* **Делитель натурального числа** – число, на которое данное натуральное число делится без остатка
* **Кратное натуральному числу** – число, которое делится без остатка на данное число
* **Математика** –наука о количественных отношениях и пространственных формах некоторого мира.
* **Натуральные числа** – числа, встречающиеся при счете.
* **Нечетные цифры** - 1,3,5,7,9
* **Паскаль Блез** – французский математик, физик, религиозный философ и писатель, родился в 1623 г.
* **Признак** –свойство, необходимое для выполнения того или иного действия
* **Признак делимости** – условие, при котором натуральное число делится на данное число без остатка
* **Простое число** – число, имеющее только два делителя (1 и само это число)
* **Составное число** – число, имеющее более двух делителей
* **Теория чисел** – раздел математики, в котором изучаются свойства чисел.
* **Ферма Пьер** – французский математик XVII века, один из создателей аналитической геометрии, математического анализа, теории вероятностей и теории чисел, родился в 1601 году.
* **Четные цифры** - 0,2,4,6,8

**Список использованной литературы**

1. Алгебра для 8 класса. Под редакцией Н.Я. Виленкина. Москва «Просвещение» 1995.

2. За страницами учебника математики. 10-11 классы.

Н.Я. Виленкин. Москва «Просвещение» 1996.

3. Интернет ресурсы.

4. Энциклопедический словарь юного математика. Савин А.П. Москва «Педагогика» 1989.

**Аннотация**

Работа обеспечивает приобретение знаний и умений, необходимых для выяснении признаков делимости на натуральные числа, не изучаемые в школьном курсе математики 6 класса.

Работа применима для разных групп школьников, что достигается обобщенностью включенных в неё знаний